

## 江苏省无锡市市北高级中学 2021-2022 学年高一上学期期中数学试题

一、单选题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把正确答案涂在答题卡上。

1. 已知全集为  $R$ ，集合  $A = \{3, 4, 5\}$ ，集合  $B = \{4, 6\}$ ，则  $A \cap \complement_{\mathbf{R}} B =$  ( )
 

A.  $\{4\}$                       B.  $\{3, 5, 6\}$                       C.  $\{3, 5\}$                       D.  $\{6\}$
2. 若函数为  $R$  上的奇函数，且当  $x > 0$  时， $f(x) = 2x - 1$ ，则  $f(0) + f(-1) =$  ( )
 

A.  $-4$                       B.  $-3$                       C.  $-2$                       D.  $-1$
3. 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x}$  的定义域为 ( )
 

A.  $[2, +\infty)$                       B.  $(2, +\infty)$   
C.  $[-2, 0) \cup (0, +\infty)$                       D.  $(-2, 0) \cup (0, +\infty)$
4. 已知指数函数  $f(x) = a^x$  ( $a > 0$ ，且  $a \neq 1$ ) 的图象经过点  $(\frac{1}{2}, 4)$ ，则  $a =$  ( )
 

A. 8                      B. 16                      C.  $\frac{1}{16}$                       D.  $\frac{1}{32}$
5. “ $a=2$ ” 是 “函数  $f(x) = |x - a|$  在区间  $[2, +\infty)$  上为增函数” 的 ( )
 

A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                      D. 既不充分也不必要条件
6. 已知函数  $y = \log_a(x+3) - 1$  ( $a > 0$ ，且  $a \neq 1$ ) 的图象恒过定点  $A$ ，若点  $A$  也在函数  $f(x) = 3^x + b$  的图象上，则  $f(\log_3 2)$  ( )
 

A.  $\frac{8}{9}$                       B.  $\frac{7}{9}$                       C.  $\frac{5}{9}$                       D.  $\frac{2}{9}$
7. 知函数  $f(x) = (\frac{1}{2})^x - x$ ， $g(x) = x - 2 - (\frac{1}{2})^x$ ， $h(x) = x^3 - x$  ( $x > 0$ )，方程  $f(x) = 0$ ， $g(x) = 0$ ， $h(x) = 0$  的根分别为  $a, b, c$ ，则  $a, b, c$  的大小顺序为 ( )
 

A.  $a > b > c$                       B.  $c > a > b$                       C.  $b > c > a$                       D.  $b > a > c$
8. 对于函数  $f(x)$ ，若  $x_1, x_2$  满足  $f(x_1) f(x_2) = f(x_1 + x_2)$ ，则称  $x_1, x_2$  为函数  $f(x)$  的一对“类指数”。若正实数  $a$  与  $b$  为函数  $f(x) = kx$  ( $k > 0$ ) 的一对“类指数”， $a + 4b$  的最小值为 9，则  $k$  的值为 ( )
 

A.  $\frac{1}{2}$                       B. 1                      C.  $\frac{4}{3}$                       D. 2

二、多选题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，请把正确答案涂在答题卡上。

9. 若  $a < b < 0$ ，则下列结论中错误的有 ( )
 

A.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$                       B.  $0 < \frac{a}{b} < 1$                       C.  $ab > b^2$                       D.  $\frac{b}{a} > \frac{a}{b}$
10. 函数  $f(x) = (\frac{1}{2})^{(-x^2 + 6x - 5)}$  在下列哪些区间内单调递减 ( )

- A.  $(-\infty, 3)$       B.  $(3, 5)$       C.  $(1, 3)$       D.  $(2, 3)$

11. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} a^{-x}, & x < -1 \\ (1-2a)x+3a, & x \geq -1 \end{cases}$  是  $R$  上的增函数, 则实数  $a$  的值可以是 ( )

- A. 4      B. 3      C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{4}$

12. 已知  $f(x)$  是定义域为  $R$  的函数, 满足  $f(x+1) = f(x-3)$ ,  $f(1+x) = f(3-x)$ , 当  $0 \leq x \leq 2$  时,  $f(x) = x^2 - x$ , 则下列说法正确的是 ( )

- A.  $f(x)$  的最小正周期为 4  
 B.  $f(x)$  的图象关于直线  $x=2$  对称  
 C. 当  $0 \leq x \leq 4$  时, 函数  $f(x)$  的最大值为 2  
 D. 当  $6 \leq x \leq 8$  时, 函数  $f(x)$  的最小值为  $-\frac{1}{2}$

**三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 请把正确答案填在答题卷横线上**

13. 已知  $x, y > 0$ , 且满足  $x+y=2$ , 则  $xy+x+y$  的最大值为 \_\_\_\_\_.
14. 定义在区间  $[n, 2]$  上的偶函数  $f(x) = x^2+ax+1$ , 最大值为  $m$ , 则  $a+m+n =$  \_\_\_\_\_.
15. 若函数  $f(\sqrt{x+1}) = x - 1$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 1 \\ \frac{1}{2}x, & x > 1 \end{cases}$ , 若  $f(f(x)) = 2$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_.

**四、综合题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 请把正确答案填在答题卷上。**

17. (10 分) (1) 已知  $2^x - 2^{-x} = 3$ , 求  $4^x + 4^{-x}$  的值;

(2) 化简并计算  $0.25^{-\frac{1}{2}} + (\frac{8}{27})^{-\frac{1}{3}} - \frac{1}{2} \lg 16 - 21 \lg 5 + (\frac{1}{2})^0$ .

18. (12 分) 设全集为  $Z$ ,  $A = \{x | x^2 + 2x - 15 = 0\}$ ,  $B = \{x | ax - 1 = 0\}$ .

- (1) 若  $a = \frac{1}{5}$ , 求  $A \cap (C_Z B)$ ;  
 (2) 若  $B \subseteq A$ , 求实数  $a$  的取值组成的集合  $C$ .

19. (12 分) 已知幂函数  $f(x) = (m^2 + 2m - 2)x^{m+2}$ , 且在  $(0, +\infty)$  上是减函数.

- (1) 求  $f(x)$  的解析式;  
 (2) 若  $(3-a)^m > (a-1)^m$ , 求  $a$  的取值范围.

20. (12 分) 已知函数  $f(x) = \sqrt{-ax^2 + 2x + 5}$ .

- (1) 若函数定义域为  $R$ , 求  $a$  的取值范围;  
 (2) 若函数值域为  $[0, +\infty)$ , 求  $a$  的取值范围.

21. (12 分) 某运输公司今年初用 49 万元购进一台大型运输车用于运输. 若该公司预计从第 1 年到第  $n$  年 ( $n \in N^*$ )

花在该台运输车上的维护费用总计为  $(n^2+5n)$  万元，该车每年运输收入为 25 万元.

(1) 该车运输几年开始盈利? (即总收入减去成本及所有费用之差为正值)

(2) 若该车运输若干年后, 处理方案有两种:

①当年平均盈利达到最大值时, 以 17 万元的价格卖出;

②当盈利总额达到最大值时, 以 8 万元的价格卖出.

哪一种方案较为合算? 请说明理由.

22. (12 分) 已知函数  $f(x) = \frac{x-m}{nx^2+1}$  是定义在  $[-1, 1]$  上的奇函数, 且  $f(1) = \frac{1}{2}$ .

(1) 求  $m, n$  的值;

(2) 判断  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上的单调性, 并用定义证明;

(3) 设  $g(x) = kx+5-2k$ , 若对任意的  $x_1 \in [-1, 1]$ , 总存在  $x_2 \in [0, 1]$ , 使得  $f(x_1) \leq g(x_2)$  成立, 求实数  $k$  的取值范围.

