

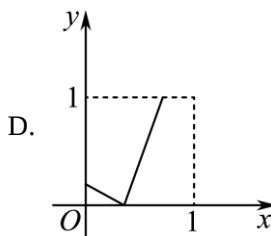
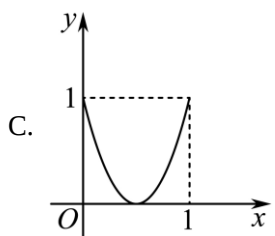
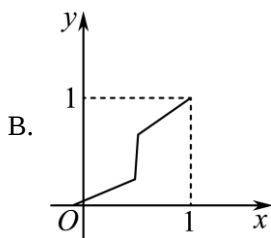
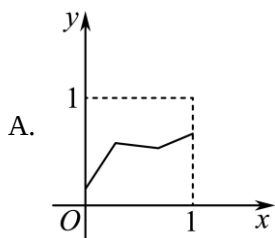
2023 年秋学期高一 10 月数学阶段性测试

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

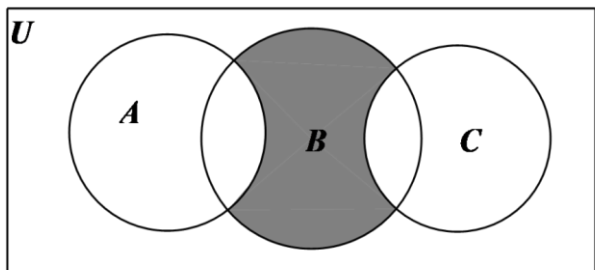
1. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x = 0\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{3\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{1, 2, -3\}$ D. $\{0, 1, 2, 3\}$

2. 下列图象中可以表示以 $M = \{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$ 为定义域, $N = \{y \mid 0 \leq y \leq 1\}$ 为值域的函数图象是 ()



3. 如图中阴影部分所表示的集合是 ()



- A. $B \cap [\complement_U(A \cup C)]$ B. $(A \cup B) \cup (B \cup C)$
C. $(A \cup C) \cap (\complement_U B)$ D. $B \cup [\complement_U(A \cup C)]$

4. 已知 a, b 为非零实数, 且 $a < b$, 则下列命题不成立的是 ()

- A. $a^2 < b^2$ B. $a^2 b < ab^2$
C. $\frac{1}{ab^2} < \frac{1}{a^2 b}$ D. $\frac{b}{a} < \frac{a}{b}$

5. 函数 $y = [x]$ 在数学上称为高斯函数, 也叫取整函数, 其中 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 如

$[1.5] = 1, [-2.3] = -3, [3] = 3$. 那么不等式 $4[x]^2 - 12[x] + 5 \leq 0$ 成立的充分不必要条件是 ()

- A. $[\frac{1}{2}, \frac{5}{2}]$ B. $[1, 2]$ C. $[1, 3]$ D. $[1, 3]$

6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ x+1, & 1 \leq x < 2, \\ -x^2+5, & x \geq 2, \end{cases}$ 若 $f(f(a))=1$, 则 $a =$ ()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

7. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x^2 - 2x - 8 > 0 \\ 2x^2 + (2k+7)x + 7k < 0 \end{cases}$ 仅有一个整数解, 则 k 的取值范围为 ()

- A. $(-5, 3) \cup (4, 5)$ B. $[-5, 3] \cup (4, 5]$
C. $(-5, 3] \cup [4, 5)$ D. $[-5, 3] \cup [4, 5]$

8. 定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足: 对 $\forall x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 且 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{x_2 f(x_1) - x_1 f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$

成立, 且 $f(2) = 4$, 则不等式 $\frac{f(x)}{x} > 2$ 的解集为 ()

- A. $(4, +\infty)$ B. $(0, 4)$ C. $(0, 2)$ D. $(2, +\infty)$

二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 a, b, c, d 均为实数, 则下列命题中正确的是 ()

- A. 若 $a > b, c > d$. 则 $ac > bd$
B. 若 $ab < 0, bc > ad$, 则 $\frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$
C. 若 $ab > 0, \frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$, 则 $bc - ad > 0$
D. 若 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$, 则 $\frac{1}{a+b} < \frac{1}{ab}$

10. 已知全集 $U = P \cup Q$, 集合 $P = \{1, 3, 4\}, Q = \left\{x \in N \mid \frac{6}{x} \in N\right\}$, 则 ()

- A. P 的子集有 8 个 B. $\frac{1}{2} \in U$ C. $\partial_U P = Q$ D. U 中的元素个数为 5

11. 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $x + y = 1$, 则下列说法中正确的是 ()

- A. xy 有最大值为 $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{x} + \frac{4}{y}$ 有最小值为 9

C. $x^2 + 2y^2$ 有最小值为 $\frac{3}{4}$

D. $\frac{y}{x} + \frac{1}{y}$ 有最小值为 3

12. 函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ ，且 $f(x+1)$ 为奇函数， $f(x+2)$ 为偶函数，则 ()

A. $f(-x-1) = -f(x+1)$

B. $f(4+x) = f(-x)$

C. $f(x)$ 为偶函数

D. $f(x-3)$ 为奇函数

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[2, 8]$ ，则函数 $h(x) = f(2x) + \sqrt{9-x^2}$ 的定义域为_____.

14. 已知 $-1 \leq a+b \leq 1, -1 \leq a-b \leq 1$ ，求 $2a+3b$ 取值范围_____.

15. 已知 $g(x) = ax^3 + bx^2$ 是定义在 $[a-1, 2a]$ 上的奇函数，定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递减，且 $f(x+1)$ 为偶函数，则 $f(3), f(a), f(b)$ ，用“<”连接为_____.

16. 若存在常数 k 和 b ，使得函数 $F(x)$ 和 $G(x)$ 对其公共定义域上的任意实数 x 满足： $F(x) \geq kx+b$ 和 $G(x) \leq kx+b$ 恒成立，则称此直线 $y=kx+b$ 为 $F(x)$ 和 $G(x)$ 的“隔离直线”. 已知函数

$f(x) = -x^2 (x \in \mathbf{R})$ ， $g(x) = \frac{1}{x} (x > 0)$ ，若函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 之间存在隔离直线 $y = -3x+b$ ，则实数 b 的取值范围是_____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知集合 $A = \{x | \frac{2x+1}{x+1} \leq 1\}$ ， $B = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$ ， $C = \{x | x < a\}$ ，全集 $U = \mathbf{R}$. 求：

(1) $A \cap B$;

(2) $(\complement_U A) \cap B$;

(3) 若 $B \cup C = C$ ，求 a 的取值范围.

18. 为缓解市民吃肉难的问题，某生猪养殖公司欲将一批猪肉用冷藏汽车从甲地运往相距 120 千米的乙地，运费为每小时 60 元，装卸费为 1000 元，猪肉在运输过程中损耗费（单位：元）是汽车速度（单位：千米/时）值的 2 倍.（说明：运输的总费用=运费+装卸费+损耗费）

(1) 若运输的总费用不超过 1260 元，求汽车行驶速度值的范围；

(2) 若要使运输的总费用最小，汽车应以多少千米的速度行驶？

19. 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$ ， $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$ ， $U = \mathbf{R}$.

(1) 若 $A \cup B = U$ ，求实数 m 的取值范围；

(2) 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

20. 已知函数 $f(x) = \frac{mx+n}{1+x^2}$ 是定义在 R 上的奇函数, 且 $f(2) = \frac{2}{5}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 判断函数 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上 单调性, 并用定义法证明.

21. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $[-2,2]$ 上的奇函数, 当 $0 \leq x \leq 2$ 时, $f(x) = x^2 + 2x$.

(1) 求 $f(-1)$;

(2) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(3) 若 $f(2a-1) + f(4a-3) > 0$, 求实数 a 的取值范围.

22. 已知函数 $f(x) = (m+1)x^2 - (m-1)x + m - 1$.

(1) 若不等式 $f(x) < 1$ 的解集为 R , 求 m 的取值范围;

(2) 解关于 x 的不等式 $f(x) \geq (m+1)x$;

(3) 若不等式 $f(x) \geq 0$ 对一切 $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 恒成立, 求 m 的取值范围.