

无锡市第一中学 2021-2022 学年度第二学期阶段性质量检测试卷

高一数学 2022.5

一、选择题：（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 用简单随机抽样的方法从含有 10 个个体的总体中抽取一个容量为 3 的样本，其中某一个体 a “第一次被抽到”的可能性与“第二次被抽到”的可能性分别是（ ）

A. $\frac{1}{10}$ 、 $\frac{1}{10}$

B. $\frac{3}{10}$ 、 $\frac{1}{5}$

C. $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{3}{10}$

D. $\frac{3}{10}$ 、 $\frac{3}{10}$

2. 演讲比赛共有 9 位评委分别给出某选手的原始评分，评定该选手的成绩时，从 9 个原始评分中去掉 1 个最高分、1 个最低分，得到 7 个有效评分.7 个有效评分与 9 个原始评分相比，不变的数字特征是

A. 中位数

B. 平均数

C. 方差

D. 极差

3. 若样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 的标准差为 8，则数据 $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, \dots, 2x_{10} - 1$ 的标准差为

A. 8

B. 15

C. 16

D. 32

4. 欧拉公式 $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ (i 为虚数单位)是由著名数学家欧拉发现的，它将指数函数定义域扩大到复数集，建立了三角函数和指数函数的关系，它在复变函数论里占有非常重要的地位，被誉为“数学中的天桥”.根据欧拉公式，若将 $e^{\frac{\pi}{2}i}$ 表示的复数记为 z ，则 $z \cdot (1 + 2i)$ 的值为（ ）

A. $-2 + i$

B. $-2 - i$

C. $2 + i$

D. $2 - i$

5. 已知向量 $\overrightarrow{AB} = (1, 2)$ ， $\overrightarrow{AC} = (\cos \theta, \sin \theta)$ ，则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为（ ）

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

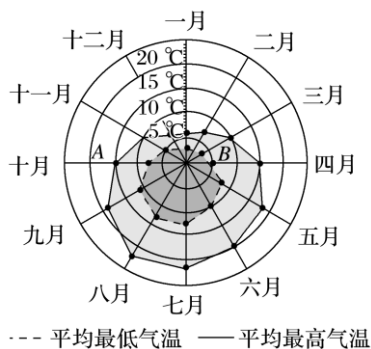
B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

6. 某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况，绘制了一年中各月平均最高气温和平均最低气温的雷达图.

图中 A 点表示十月的平均最高气温约为 15°C ，B 点表示四月的平均最低气温约为 5°C .下面叙述不正确的是（ ）



- A. 各月 平均最低气温都在 0°C 以上
- B. 七月的平均温差比一月的平均温差大
- C. 三月和十一月的平均最高气温基本相同
- D. 平均最高气温不低于 20°C 的月份有 5 个

7. 第 41 届世界博览会于 2010 年 5 月 1 日至 10 月 31 日，在中国上海举行，气势磅礴的中国馆——“东方之冠”令人印象深刻，该馆以“东方之冠，鼎盛中华，天下粮仓，富庶百姓”为设计理念，代表中国文化的精神与气质．其形如冠盖，层叠出挑，制似斗拱．它有四根高 33.3 米的方柱，托起斗状的主体建筑，总高度为 60.3 米，上方的“斗冠”类似一个倒置的正四棱台，上底面边长是 139.4 米，下底面边长是 69.9 米，则“斗冠”的侧面与上底面的夹角约为（ ）．



- A. 20°
- B. 28°
- C. 38°
- D. 48°

8. 在 $\triangle ABC$ 中， a 、 b 、 c 分别为 $\triangle ABC$ 的内角 A 、 B 、 C 的对边，

$\sin A(\sin A + 2\sqrt{3}\sin B\sin C) = 3\sin^2 B + 3\sin^2 C$ ，则角 C 的大小为（ ）

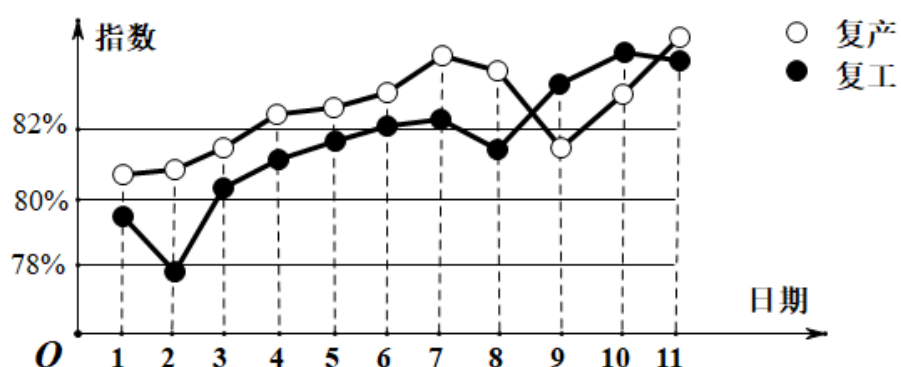
- A. $\frac{\pi}{6}$
- B. $\frac{\pi}{4}$
- C. $\frac{\pi}{3}$
- D. $\frac{2\pi}{3}$

二、选择题：（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

9. (多选题) 已知 m, n 是两条不重合的直线, α, β, γ 是三个两两不重合的平面, 给出下列四个命题, 其中正确的命题是 ()

- A. 若 $m \parallel \beta, n \parallel \beta, m, n \subset \alpha$, 则 $\alpha \parallel \beta$
- B. 若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma, \alpha \cap \beta = m, n \subset \gamma$, 则 $m \perp n$
- C. 若 $m \perp \alpha, \alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = n$, 那么 $m \parallel n$
- D. 若 $m \parallel \alpha, m \parallel \beta, \alpha \cap \beta = n$, 那么 $m \parallel n$

10. 我国新冠肺炎疫情进入常态化, 各地有序推进复工复产, 下面是某地连续 11 天复工复产指数折线图, 下列说法正确的是



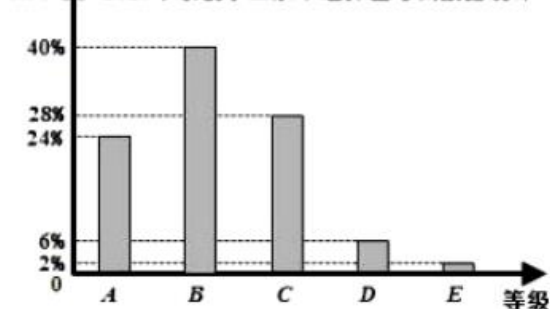
- A. 这 11 天复工指数和复产指数均逐日增加;
- B. 这 11 天期间, 复产指数增量大于复工指数的增量;
- C. 第 3 天至第 11 天复工复产指数均超过 80%;
- D. 第 9 天至第 11 天复产指数增量大于复工指数的增量;

11. 新高考方案规定, 普通高中学业水平考试分为合格性考试 (合格考) 和选择性考试 (选择考), 其中“选择考”成绩将计入高考总成绩, 即将学生考试时的原始卷面分数由高到低进行排序, 评定为 A, B, C, D, E 五个等级, 再转换为分数计入高考总成绩. 某试点高中 2020 年参加“选择考”总人数是 2018 年参加“选择考”总人数的 2 倍, 为了更好地分析该校学生“选择考”的水平情况, 统计了该校 2018 年和 2020 年“选择考”成绩等级结果, 得到如图所示的统计图.

2018 年该校学业水平选择性考试数据统计



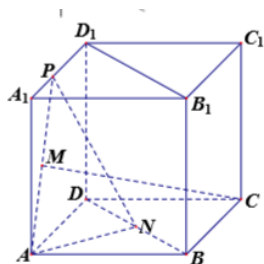
2020 年该校学业水平选择性考试数据统计



针对该校“选择考”情况，2020 年与 2018 年比较，下列说法正确的是（ ）

- A. 获得 A 等级的人数增加了
- B. 获得 B 等级的人数增加了 1.5 倍
- C. 获得 D 等级 人数减少了一半
- D. 获得 E 等级的人数相同

12. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， N 为底面 $ABCD$ 的中心， P 为线段 A_1D_1 上的动点（不包括两个端点）， M 为线段 AP 的中点，则（ ）



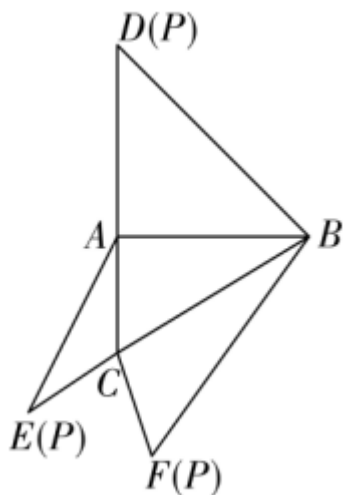
- A. CM 与 PN 是异面直线
- B. $CM > PN$
- C. 平面 $PAN \perp$ 平面 BDD_1B_1
- D. 过 P, A, C 三点的正方体的截面一定是等腰梯形

三、填空题：（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 将一颗质地均匀的骰子（一种各个面上分别标有 1，2，3，4，5，6 个点的正方体玩具）先后抛掷 2 次，则出现向上的点数之和小于 10 的概率是_____.

14. 某学校高一、高二、高三三个年级共有学生 3500 人，其中高三学生人数是高一学生人数的两倍，高二学生人数比高一学生人数多 300，现在用分层抽样的方法抽取一个容量为 35 的样本，则应抽取的高一学生人数为_____ 人.

15. 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 的平面展开图中， $AC=1$ ， $AB=AD=\sqrt{3}$ ， $AB \perp AC$ ， $AB \perp AD$ ， $\angle CAE=30^\circ$ ，则 $\cos \angle FCB=$ _____.



16. 无人侦察机在现代战争中扮演着非常重要的角色，我国最新款的无人侦察机名叫“无侦-8”。无侦-8（如图1所示）是一款以侦察为主的无人机，它配备了2台火箭发动机，动力强劲，据报道它的最大飞行速度超过3马赫，比大多数防空导弹都要快如图2所示，已知空间中同时出现了A，B，C，D四个目标（目标和无人机的大小忽略不计），其中 $AB = AD = BD = 6a$ km， $CD = 3\sqrt{3}a$ km， $BC = 3a$ km，且目标A，B，D所在平面与目标B，C，D所在平面满足二面角 $A-BD-C$ 的大小是 $\frac{2\pi}{3}$ ，若无人机可以同时观察到这四个目标，则其最小侦察半径为_____ a km.



图1

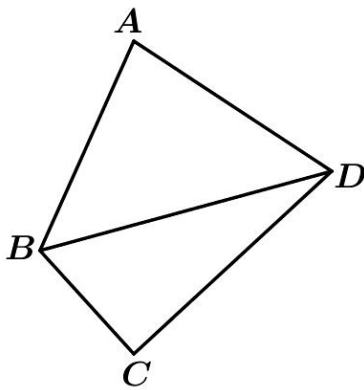


图2

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. $\triangle ABC$ 的内角A、B、C的对边分别为a、b、c，已知 $\sin A + \sqrt{3} \cos(B+C) = \sqrt{3}$ ，

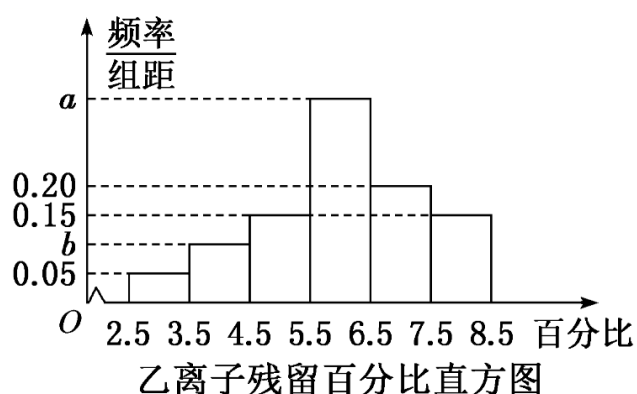
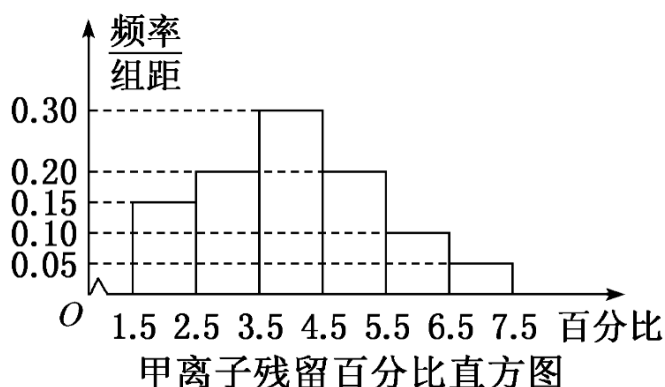
$$\sin B + \sin C = \frac{8}{7} \sin A, \quad a = 7.$$

(1) 求角A的值；

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. 为了解甲、乙两种离子在小鼠体内的残留程度，进行如下试验：将200只小鼠随机分成A，B两组，每

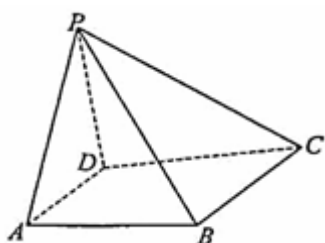
组 100 只，其中 A 组小鼠给服甲离子溶液，B 组小鼠给服乙离子溶液。每只小鼠给服的溶液体积相同、摩尔浓度相同。经过一段时间后用某种科学方法测算出残留在小鼠体内离子的百分比。根据试验数据分别得到如下直方图：



记 C 为事件：“乙离子残留在体内的百分比不低于 5.5”，且根据直方图得到 C 为事件概率 $P(C)$ 的估计值为 0.70.

- (1) 求乙离子残留百分比直方图中 a, b 的值；
- (2) 分别估计甲离子残留百分比的中位数和乙离子残留百分比的平均值（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）

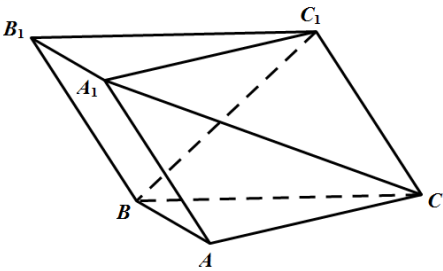
20. 在四棱锥 $P - ABCD$ 中，锐角三角形 PAD 所在平面垂直于平面 PAB ， $AB \perp AD$ ， $AB \perp BC$.



- (1) 求证： $BC \parallel$ 平面 PAD ；
- (2) 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$.

21. 如图，在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，侧面 $AA_1C_1C \perp$ 底面 ABC ， $\angle C_1CA = 60^\circ$ ， $AB \perp AC$ ，

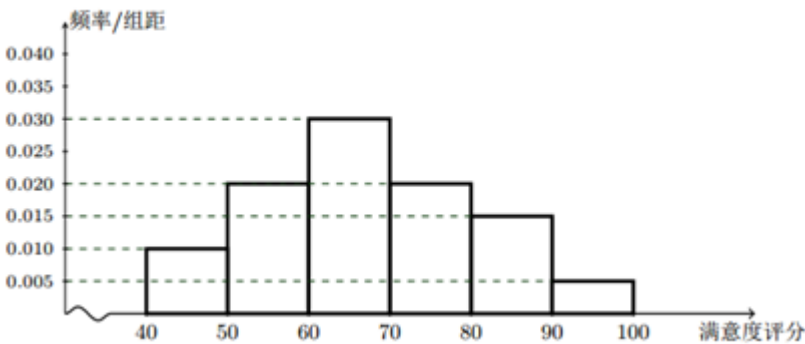
$AC = AB = AA_1 = 2.$



- (1) 求证： $CA_1 \perp BC_1$ ；
- (2) 求三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧面积.

22. 某公司为了了解用户对其产品的满意度,从 A,B 两地区分别随机调查了 40 个用户,根据用户对其产品的满意度的评分,得到 A 地区用户满意度评分的频率分布直方图和 B 地区用户满意度评分的频率分布表.

A 地区用户满意度评分的频率分布直方图

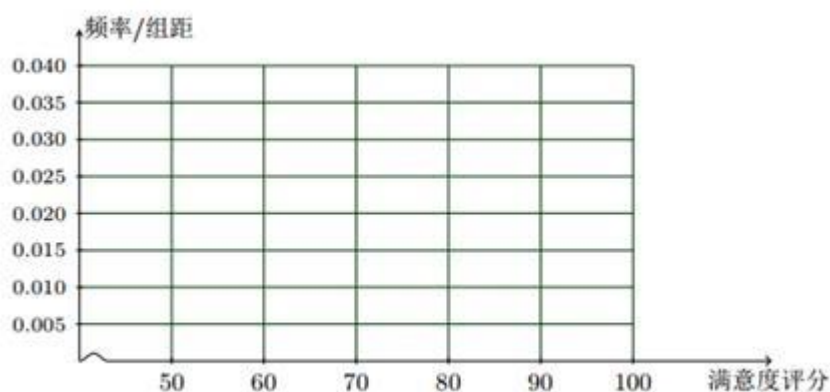


B 地区用户满意度评分的频率分布表

满意度评分分组	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100)
频数	2	8	14	10	6

(I) 在答题卡上作出 B 地区用户满意度评分 频率分布直方图,并通过此图比较两地区满意度评分的平均值及分散程度. (不要求计算出具体值,给出结论即可)

B 地区用户满意度评分的频率分布直方图

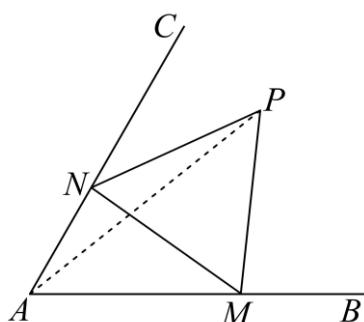


(II) 根据用户满意度评分,将用户的满意度评分分为三个等级:

满意度评分	低于 70 分	70 分到 89 分	不低于 90 分
满意度等级	不满意	满意	非常满意

估计哪个地区的用户的满意度等级为不满意的概率大,说明理由.

23. 如图, 经过村庄 A 有两条夹角为 60° 的公路 AB, AC, 根据规划在两条公路之间的区域内建一工厂 P, 分别在两条公路边上建两个仓库 M, N (异于村庄 A), 要求 $PM = PN = MN = 2$ (单位: km).



(1) 当 $\angle AMN = 30^\circ$ 时, 求线段 AP 的长度;

(2) 问如何设计, 使得工厂产生的噪音对居民的影响最小? (即工厂与村庄的距离最远)

无锡市第一中学 2021-2022 学年度第二学期阶段性质量检测试卷

高一数学 2022.5

一、选择题：（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

【1 题答案】

【答案】A

【2 题答案】

【答案】A

【3 题答案】

【答案】C

【4 题答案】

【答案】A

【5 题答案】

【答案】C

【6 题答案】

【答案】D

【7 题答案】

【答案】C

【8 题答案】

【答案】A

二、选择题：（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

【9 题答案】

【答案】BD

【10 题答案】

【答案】CD

【11 题答案】

【答案】AB

【12 题答案】

【答案】BCD

三、填空题：（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

【13 题答案】

【答案】 $\frac{5}{6}$

【14 题答案】

【答案】 8

【15 题答案】

【答案】 $-\frac{1}{4}$

【16 题答案】

【答案】 $\sqrt{13}$

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

【17 题答案】

【答案】 (1) $\frac{2\pi}{3}$ ；(2) $\frac{15\sqrt{3}}{4}$

【18 题答案】

【答案】 (1) $a = 0.35$ ， $b = 0.10$

(2) 甲离子残留百分比的中位数 4.0，乙离子残留百分比的平均值 6.00

【19 题答案】

【答案】 (1) 见解析；(2) 见解析.

【20 题答案】

【答案】 (1) 证明见解析；(2) $4 + 2\sqrt{7} + 2\sqrt{3}$

【21 题答案】

【答案】 (I) 见试题解析 (II) A 地区的用户的满意度等级为不满意的概率大.

【22 题答案】

【答案】 (1) $\frac{2\sqrt{21}}{3}$

(2) 设计 $\angle AMN = 60^\circ$ 时，工厂产生的噪声对居民影响最小

