

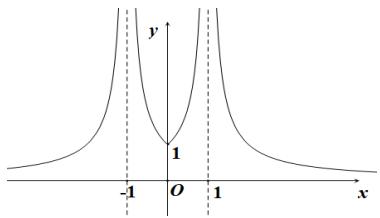
江苏省泰兴中学、江苏省南菁高级中学 2020—2021 学年度第一学期
高一年级第二次阶段考试数学试卷 (强化班)

一、选择题 (在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的. 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

- 已知集合 $A = \{a-2, a^2 + 4a, 10\}$, 若 $-3 \in A$, 则实数 a 的值为 ()
A. -1 B. -3 C. -3 或 -1 D. 无解
- 已知角 α 的终边经过点 $P(-2, 4)$, 则函数 $\sin \alpha - \cos \alpha$ 的值等于 ()
A. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- 用二分法求方程 $x^2 = 2$ 的正实根的近似解(精确度 0.001)时, 如果我们选取初始区间是 $[1.4, 1.5]$, 则要达到精确度至少需要计算的次数是 ()
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
- 下表是某次测量中两个变量 x, y 的一组数据, 若将 y 表示为关于 x 的函数, 则最可能的函数模型是()

x	2	3	4	5	6	7	8	9
y	0.63	1.01	1.26	1.46	1.63	1.77	1.89	1.99

A. 一次函数模型 B. 二次函数模型 C. 指数函数模型 D. 对数函数模型
- 已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = e^x + 2x$, 则 $f(-\ln 2) =$ ()
A. $\frac{1}{2} - 2\ln 2$ B. $\frac{1}{2} + 2\ln 2$ C. $2 - 2\ln 2$ D. $2 + 2\ln 2$
- 从  这个商标中抽象画出一个函数图象如下图所示, 其对应的函数可能是 ()



$A. f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$	$B. f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$
$C. f(x) = \frac{1}{ x - 1 }$	$D. f(x) = \frac{1}{ x - 1}$

7. 当 $x \in (-\infty, -1)$ 时, 不等式 $(2m-1) \cdot 4^x - 2^x < 0$ 恒成立, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m < \frac{3}{2}$ B. $m < 0$ C. $m \notin \frac{3}{2}$ D. $0 < m < \frac{3}{2}$

8. 已知函数 $f(x) = 2x + a$, $g(x) = x^2 - 6x + 1$, 对于任意的 $x_1 \in [-1, 1]$, 存在 $x_2 \in [-1, 1]$, 使得 $g(x_2) = f(x_1)$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $[-6, 10]$ B. $[-2, 6]$ C. R D. \emptyset

二、选择题(在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 3 分. 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

9. 下列函数中最大值为 1 的是 ()

- A. $y = x^2 + \frac{1}{4x^2}$ B. $y = 2x\sqrt{1-x^2}$, $x \in [0, 1]$
 C. $y = \frac{2e^x}{e^{2x} + 1}$, $x > 0$ D. $y = x + \frac{1}{(x-3)}$, $x < 3$

10. 下列说法正确的是 ()

- A. 若幂函数的图象经过点 $(\frac{1}{8}, 2)$, 则解析式为 $y = x^{-3}$;
 B. 若函数 $f(x) = x^{-\frac{4}{5}}$, 则 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递减;
 C. 幂函数 $y = x^\alpha$ ($\alpha > 0$) 始终经过点 $(0, 0)$ 和 $(1, 1)$;
 D. 若函数 $f(x) = \sqrt{x}$, 则对于任意的 x_1 , $x_2 \in [0, +\infty)$ 有 $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} \leq f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$.

11. 已知 $x \in R$, 条件 $p: x^2 < x$, 条件 $q: \frac{1}{x} \geq a$, 若 q 是 p 的必要不充分条件,

则实数 a 的取值可能有 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

12. 给出下列四个命题, 其中正确的命题有 ()

- A. $\tan 4 \cdot \cos 2 \cdot \sin\left(-\frac{23\pi}{4}\right)$ 的符号为正;
- B. 函数 $y = \sqrt{\cos x \cdot \tan x}$ 的定义域为 $\left[2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right) \cup \left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \pi + 2k\pi\right]$, $k \in Z$;
- C. 若 $\theta \in (0, \pi)$, $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$, 则 $\tan \theta = -\sqrt{3}$ 或 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$;
- D. $\frac{\cos(\alpha - \pi)}{\sin(\pi - \alpha)} \cdot \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\cos^2 \alpha$.

三、填空题(本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知圆心角是 $\frac{\pi}{3}$ 的扇形的面积是 $\frac{2\pi}{3} \text{ cm}^2$, 则该圆心角所对的弧长为 ▲ cm.

14. $\log_9 \sqrt[5]{3} + 5^{\frac{\log_1 4}{5}} + \log_{14} 28 \cdot \log_{14} 7 - \log_{14} 2 \cdot \log_{14} 98 - \log_{14} 49 = \u00b2$.

15. 有关数据显示, 中国快递行业产生的包装垃圾在 2019 年约为 3000 万吨, 2020 年的年增长率约为 50%, 有专家预测, 如果不采取措施, 未来包装垃圾还将以此增长率增长, 从 ▲ 年开始, 快递业产生的包装垃圾超过 30000 万吨. (参考数据: $\lg 2 \approx 0.3010$, $\lg 3 \approx 0.4771$)

16. 函数 $f(x) = m|e^x - 1|^2 - 4|e^x - 1| + 1 (m > 0)$ 在 \mathbf{R} 上有 4 个零点,

则实数 m 的取值范围是_____.

四、解答题(解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 本题共 6 小题, 共 70 分)

17. (本小题满分 10 分)

(1) 已知 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$, 求 $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$ 的值;

(2) 已知 $\cos(\pi + \theta) = m$, $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 求 $\sin(5\pi + \theta)$.

▲▲▲

18. (本小题满分 10 分)

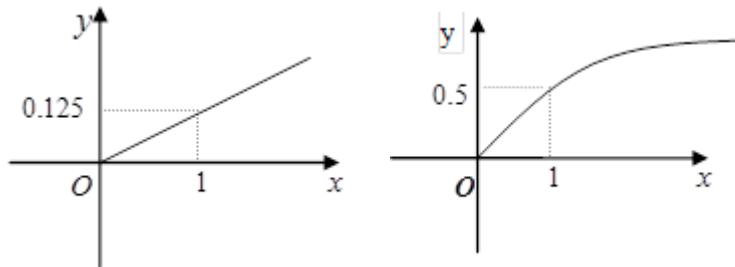
已知实数 $a > 0$, 且满足不等式 $3^{3a+2} > 3^{4a+1}$.

(1) 解不等式 $\log_a(3x+2) < \log_a(8-5x)$;

(2) 若函数 $f(x) = \log_a(x+2) - \log_a(x-1)$ 在区间 $[2, 4]$ 上有最小值 -1 , 求实数 a 的值.

▲▲▲

19. (本小题满分 10 分) 某家庭进行理财投资, 根据长期收益率市场预测, 投资债券等稳健型产品的收益与投资额成正比, 投资股票等风险型产品的收益与投资额的算术平方根成正比。已知投资 1 万元时两类产品的收益分别为 0.125 万元和 0.5 万元 (如图).



- (1) 分别写出两种产品的收益与投资的函数关系;
- (2) 该家庭现有 20 万元资金, 全部用于理财投资, 问: 怎么分配资金能使投资获得最大收益, 其最大收益是多少万元

▲▲▲

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y) = f(x) + f(y) - 1$ ($x, y \in R$), 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 1$, 且 $f(1) = 2$.

- (1) 求 $f(0), f(-1)$ 的值, 并判断 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 当 $x \in [1, 2]$ 时, 不等式 $f(ax^2 - 3x) + f(x) < 1$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

▲▲▲

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + 2k}{x} - 2$, $g(x) = |x^2 - 2x|$.

- (1) 利用定义法讨论函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 的单调性;

(2) 若函数 $h(x) = f[g(x)] + \frac{1}{g(x)} - k$ 有 6 个不同的零点, 求实数 k 的取值范围.

▲▲▲

22. (本小题满分 16 分) 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D , 若存在正常数 k , 使得对任意 $x \in D$. 等式 $f(kx) = \frac{k}{2} + f(x)$ 恒成立, 则称函数 $y = f(x)$ 具有性质 $P(k)$.

(1) 函数 $f(x) = \log_2 x$ 是否具有性质 $P(k)$, 若具有, 请给出 k 的一个值; 若不具有, 请说明理由;

(2) 设 $1 < a < e^{\frac{2}{e}}$, 函数 $g(x) = \log_a x$.

① 试比较 $g\left(\frac{2}{\ln a}\right)$ 与 $\frac{1}{\ln a}$ 的大小关系;

② 证明: 函数 $g(x) = \log_a x$ 具有性质 $P(k)$.

▲▲▲