

江苏省泰兴中学、江苏省南菁高级中学 2020—2021 学年度第一学期  
高一年级第二次阶段考试数学试卷（强化班）

一、选择题（在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的. 本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 已知集合  $A = \{a-2, a^2+4a, 10\}$ ，若  $-3 \in A$ ，则实数  $a$  的值为（ ）

- A. -1                      B. -3                      C. -3 或 -1                      D. 无解

2. 已知角  $\alpha$  的终边经过点  $P(-2, 4)$ ，则函数  $\sin \alpha - \cos \alpha$  的值等于（ ）

- A.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$                       B.  $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$                       C.  $\frac{1}{5}$                       D.  $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

3. 用二分法求方程  $x^2=2$  的正实根的近似解(精确度 0.001)时，如果我们选取初始区间是  $[1.4, 1.5]$ ，则要达到精确度至少需要计算的次数是（ ）

- A. 5                      B. 6                      C. 7                      D. 8


4. 下表是某次测量中两个变量  $x, y$  的一组数据，若将  $y$  表示为关于  $x$  的函数,则最可能的函数模型是( )

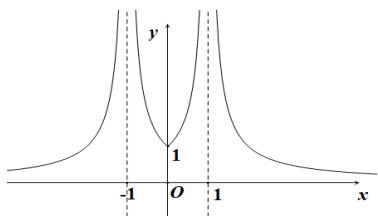
$x$	2	3	4	5	6	7	8	9
$y$	0.63	1.01	1.26	1.46	1.63	1.77	1.89	1.99

- A. 一次函数模型                      B. 二次函数模型                      C. 指数函数模型                      D. 对数函数模型

5. 已知函数  $y = f(x)$  是定义在  $R$  上的偶函数，当  $x \geq 0$  时， $f(x) = e^x + 2x$ ，则  $f(-\ln 2) =$ （ ）

- A.  $\frac{1}{2} - 2\ln 2$                       B.  $\frac{1}{2} + 2\ln 2$                       C.  $2 - 2\ln 2$                       D.  $2 + 2\ln 2$

6. 从  这个商标中抽象画出一个函数图象如下图所示，其对应的函数可能是（ ）



$$A. f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$$

$$B. f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$C. f(x) = \frac{1}{|x - 1|}$$

$$D. f(x) = \frac{1}{||x| - 1|}$$

7. 当  $x \in (-\infty, -1)$  时, 不等式  $(2m-1) \cdot 4^x - 2^x < 0$  恒成立, 则  $m$  的取值范围是 ( )

$$A. m < \frac{3}{2}$$

$$B. m < 0$$

$$C. m \leq \frac{3}{2}$$

$$D. 0 < m < \frac{3}{2}$$

8. 已知函数  $f(x) = 2x + a$ ,  $g(x) = x^2 - 6x + 1$ , 对于任意的  $x_1 \in [-1, 1]$ , 存在  $x_2 \in [-1, 1]$ , 使得

$g(x_2) = f(x_1)$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

$$A. [-6, 10]$$

$$B. [-2, 6]$$

$$C. R$$

$$D. \emptyset$$

二、**选择题**(在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 3 分. 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

9. 下列函数中最大值为 1 的是 ( )

$$A. y = x^2 + \frac{1}{4x^2}$$

$$B. y = 2x\sqrt{1-x^2}, x \in [0, 1]$$

$$C. y = \frac{2e^x}{e^{2x} + 1}, x > 0$$

$$D. y = x + \frac{1}{(x-3)}, x < 3$$

10. 下列说法正确的是 ( )

A. 若幂函数的图象经过点  $(\frac{1}{8}, 2)$ , 则解析式为  $y = x^{-3}$ ;

B. 若函数  $f(x) = x^{-\frac{4}{5}}$ , 则  $f(x)$  在区间  $(-\infty, 0)$  上单调递减;

C. 幂函数  $y = x^\alpha$  ( $\alpha > 0$ ) 始终经过点  $(0, 0)$  和  $(1, 1)$ ;

D. 若函数  $f(x) = \sqrt{x}$ , 则对于任意的  $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$  有  $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} \leq f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$ .

11. 已知  $x \in \mathbf{R}$ , 条件  $p: x^2 < x$ , 条件  $q: \frac{1}{x} \geq a$ , 若  $q$  是  $p$  的必要不充分条件,

则实数  $a$  的取值可能有 ( )

- A. -1                      B. 0                      C. 1                      D. 2

12. 给出下列四个命题, 其中正确的命题有 ( )

A.  $\tan 4 \cdot \cos 2 \cdot \sin\left(-\frac{23\pi}{4}\right)$  的符号为正;

B. 函数  $y = \sqrt{\cos x \cdot \tan x}$  的定义域为  $\left[2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right) \cup \left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \pi + 2k\pi\right], k \in \mathbf{Z}$ ;

C. 若  $\theta \in (0, \pi)$ ,  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ , 则  $\tan \theta = -\sqrt{3}$  或  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ;

D.  $\frac{\cos(\alpha - \pi)}{\sin(\pi - \alpha)} \cdot \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\cos^2 \alpha$ .

### 三、填空题(本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知圆心角是  $\frac{\pi}{3}$  的扇形的面积是  $\frac{2\pi}{3} \text{ cm}^2$ , 则该圆心角所对的弧长为     ▲     cm.

14.  $\log_9 \sqrt[5]{3} + 5^{\log_1 4} + \log_{14} 28 \cdot \log_{14} 7 - \log_{14} 2 \cdot \log_{14} 98 - \log_{14} 49 =$      ▲    .

15. 有关数据显示, 中国快递行业产生的包装垃圾在 2019 年约为 3000 万吨, 2020 年的年增长率约为 50%, 有专家预测, 如果不采取措施, 未来包装垃圾还将以此增长率增长, 从     ▲     年开始, 快递业产生的包装垃圾超过 30000 万吨. (参考数据:  $\lg 2 \approx 0.3010$ ,  $\lg 3 \approx 0.4771$ )

16. 函数  $f(x) = m|e^x - 1|^2 - 4|e^x - 1| + 1 (m > 0)$  在  $\mathbf{R}$  上有 4 个零点,

则实数  $m$  的取值范围是     ▲     .

四、解答题(解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 本题共 6 小题, 共 70 分)

17. (本小题满分 10 分)

(1) 已知  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$ , 求  $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$  的值;

(2) 已知  $\cos(\pi + \theta) = m$ ,  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 求  $\sin(5\pi + \theta)$ .

▲▲▲

18. (本小题满分 10 分)

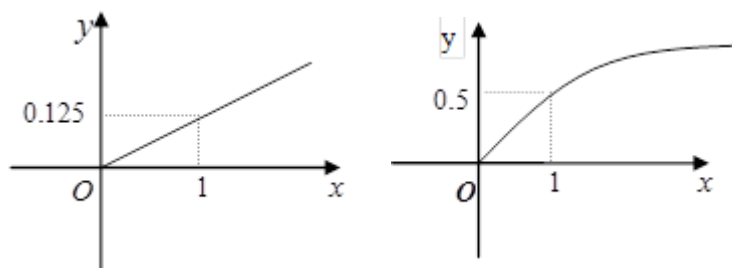
已知实数  $a > 0$ , 且满足不等式  $3^{3a+2} > 3^{4a+1}$ .

(1) 解不等式  $\log_a(3x+2) < \log_a(8-5x)$ ;

(2) 若函数  $f(x) = \log_a(x+2) - \log_a(x-1)$  在区间  $[2, 4]$  上有最小值  $-1$ , 求实数  $a$  的值.

▲▲▲

19. (本小题满分 10 分) 某家庭进行理财投资, 根据长期收益率市场预测, 投资债券等稳健型产品的收益与投资额成正比, 投资股票等风险型产品的收益与投资额的算术平方根成正比。已知投资 1 万元时两类产品的收益分别为 0.125 万元和 0.5 万元 (如图)。



(1) 分别写出两种产品的收益与投资的函数关系;

(2) 该家庭现有 20 万元资金, 全部用于理财投资, 问: 怎么分配资金能使投资获得最大收益, 其最大收益是多少万元

▲▲▲

20. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x)$  满足  $f(x+y) = f(x) + f(y) - 1 (x, y \in \mathbb{R})$ , 当  $x > 0$  时,  $f(x) > 1$ , 且  $f(1) = 2$ .

(1) 求  $f(0), f(-1)$  的值, 并判断  $f(x)$  的单调性;

(2) 当  $x \in [1, 2]$  时, 不等式  $f(ax^2 - 3x) + f(x) < 1$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

▲▲▲

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \frac{x^2 + 2k}{x} - 2$ ,  $g(x) = |x^2 - 2x|$ .

(1) 利用定义法讨论函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  的单调性;

(2) 若函数  $h(x) = f[g(x)] + \frac{1}{g(x)} - k$  有 6 个不同的零点, 求实数  $k$  的取值范围.

▲▲▲

22. (本小题满分 16 分) 设函数  $y = f(x)$  的定义域为  $D$ , 若存在正常数  $k$ , 使得对任意  $x \in D$ , 等式  $f(kx) = \frac{k}{2} + f(x)$  恒成立, 则称函数  $y = f(x)$  具有性质  $P(k)$ .

(1) 函数  $f(x) = \log_2 x$  是否具有性质  $P(k)$ , 若具有, 请给出  $k$  的一个值; 若不具有, 请说明理由;

(2) 设  $1 < a < e^{\frac{2}{e}}$ , 函数  $g(x) = \log_a x$ .

① 试比较  $g(\frac{2}{\ln a})$  与  $\frac{1}{\ln a}$  的大小关系;

② 证明: 函数  $g(x) = \log_a x$  具有性质  $P(k)$ .

▲▲▲