

# 无锡市梅村中学 2018-2019 学年度高一第一学期期中试卷

## 一、选择题

1、设集合  $A=\{1,2,6\}$ ,  $B=\{2,4\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )

A.  $\{2\}$     B.  $\{1, 2\}$     C.  $\{1, 2, 4\}$     D.  $\{2, 4\}$

2、下列各组函数中, 表示同一函数的是 ( )

A.  $y = \frac{x^2-1}{x-1}$  与  $y = x+1$     B.  $y = \log^x a$  与  $y = \log a^x$

C.  $y = \sqrt{x^2} - 1$  与  $y = x - 1$     D.  $y = \lg x$  与  $y = \frac{1}{2} \lg x$

3、设  $a = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{5}}$ ,  $b = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{3}{5}}$ ,  $c = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{2}{5}}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是 ( )

A.  $a > c > b$     B.  $a > b$     C.  $c > a$     D.  $b > c$

4、函数  $f(x) = 2^x + 3x$  的零点所在的一个区间为 ( )

A.  $(-2, -1)$     B.  $(-1, 0)$     C.  $(0, 1)$     D.  $(1, 2)$

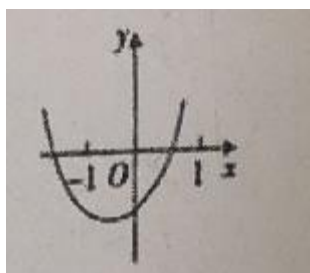
5、已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的函数,  $f(x) = x^5 - ax^3 + 6x - 4$ , 若  $f(4) = 15$ , 则  $f(-4)$  的值为 ( )

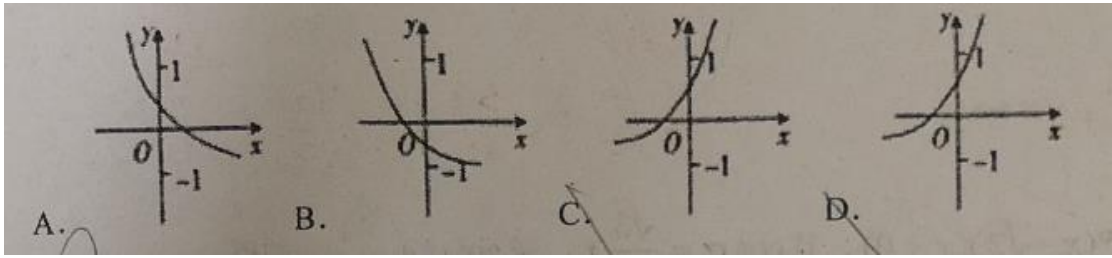
A. -15    B. 10    C. -23    D. -10

6、已知函数  $f(2x-1)$  的定义域为  $\left[1, \frac{9}{2}\right]$ , 则函数  $f(2^x)$  的定义域为 ( )

A.  $[1, 8]$     B.  $\left[1, \frac{11}{4}\right]$     C.  $\left[0, \log_2 \frac{11}{4}\right]$     D.  $[0, 3]$

7、函数  $f(x) = (x-a)(x-b)$  (其中  $a > b$ ) 的图像如图所示, 则函数  $g(x) = a^x + b$  的大致图像是 ( )





8、某同学在研究函数  $f(x) = \frac{x}{|x|+1}$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) 时，分别给出下面几个结论：

- ① 函数  $f(x)$  是奇函数； ② 函数  $f(x)$  的值域为  $(-1, 1)$ ； ③ 函数  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上是增函数；

其中正确的是 ( )

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

## 二、填空题

9、函数  $f(x) = \log_a(x+1) + 3$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 的图像过定点  $P$ ，则点  $P$  的坐标是\_\_\_\_\_

10、函数  $f(x) = 2^{-x^2+2x}$  的单调增区间是\_\_\_\_\_

11、已知  $f(x)$  是定义  $\mathbb{R}$  在上的奇函数，且对任意  $(x \in \mathbb{R})$  都有  $f(x+2) = f(x)$ ，当  $x \in [0, 1)$  时， $f(x) = 2^x - 1$ ，则  $f(\log_2 48)$  的值为\_\_\_\_\_

12、定义在  $\mathbb{R}$  上的偶函数  $f(x)$  满足对任意的两个不相等的正实数  $a, b$ ，总有

$\frac{f(a) - f(b)}{a - b} < 0$  成立，则不等式  $f(1) < f(\ln x)$  的解集为\_\_\_\_\_

13、已知定义  $\mathbb{R}$  在上的函数  $f(x) = \begin{cases} 2^x + 1, & x \geq 0 \\ mx + m - 1, & x < 0 \end{cases}$ ，若在  $\mathbb{R}$  上单调递增，则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_

14、已知函数，若函数有 6 个不同的零点，则实数的取值范围是

### 三、解答题

15、已知集合  $A = \{x | x^2 - 2x - 7 \leq 0\}$ ，集合  $B = \{x | (x - m)[x - (m - 3)] \leq 0\}, m \in R$ ，

(1) 若  $A \cap B = [2, 4]$ ，求实数  $m$  的值；

(2) 若  $A \subseteq B$ ，求实数  $m$  的取值范围。

16、计算下列各式的值

(1)  $\log_2 56 - \log_2 7 + \ln \sqrt{e} + 2^{1+\log_2 3}$

(2) 已知角  $\alpha$  的终边经过点  $P(x, -\sqrt{2})$  ( $x < 0$ )，且  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}x$ ，求  $\sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha}$  的值。

17、某公司经销一种小电器产品的固定成本为 20000 元，每台产品的进货价格为 200 元，

已知月销售收入（单位：元） $R(x) = \begin{cases} 600x - \frac{1}{2}x^2, & 0 \leq x \leq 600 \\ 180000, & x > 600 \end{cases}$ ，其中  $x$  是月销售量（单位：

台）

(1) 将月利润  $f(x)$  表示为月销售量  $x$  的函数；

(2) 当月销售量  $x$  为多少台时，公司所获月利润最大？最大月利润是多少元？

18、已知二次函数的图  $f(x)$  像经过点  $(0,4)$ ，对任意  $x$  满足  $f(3-x) = f(x)$ ，且有最小值

$$\frac{7}{4}$$

(1) 求  $f(x)$  的解析式；

(2) 求函数  $h(x) = f(x) - (2t-3)x$  在区间上  $[0,1]$  的最小值  $g(t)$ ；

(3) 若在区间  $[-1,3]$  上函数  $y = f(x)$  的图像恒在函数  $y = 2x + m$  的图像上方，试确定实数  $m$  的取值范围。

19、已知函数  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{ax + b}$  是定义在  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$  上的奇函数，且  $f(1) = 2$ ，

$$g(x) = x^2 + x^{-2}$$

(1) 求函数  $f(x)$  的解析式；

(2) 判断并证明函数  $f(x)$  在  $(1, +\infty)$  上的单调性；

(3) 令  $h(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}$ ，若对任意  $x_1, x_2 \in [\frac{1}{2}, 2]$  的都有  $|h(x_1) - h(x_2)| \leq \frac{11}{4}$ ，

求实数  $m$  的取值范围。

20. 设  $f(x) = x|x-a| + 2x (a \in \mathbb{R})$

(1) 若  $a = 2$ ，求函数  $f(x)$  在区间  $[0, 3]$  上的最大值；

(2) 若  $a > 2$ ，写出函数  $f(x)$  的单调区间；

(3) 若存在  $a \in [-2, 4]$ ，使得关于  $x$  的方程  $f(x) = tf(a)$  有三个不相等的实数解，求实数  $t$  的取值范围。