

江苏省太湖高级中学 2019~2020 学年度第二学期期中考试

高二数学

一、单项选择题(每小题 5 分, 共 50 分)

1. 复数 $(1+i)^2$ 的虚部是 ()

- A. $2i$ B. $-2i$ C. 2 D. -2

2. $C_{13}^{x+1} = C_{13}^{2x-3}$ 则 x 的值为 ()

- A. 4 B. 5 C. 4 或 5 D. 以上都不是

3. 若 $f(x) = \sqrt[3]{x}$, 则 $f'(1)$ 等于 ()

- A. 0 B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. $\frac{1}{3}$

4. 3 位同学报名参加两个课外活动小组, 每位同学限报其中的一个小组, 则不同的报名方法共有 ()

- A. 5 种 B. 6 种 C. 8 种 D. 9 种

5. 函数 $f(x) = 12x - x^3$ 在区间 $[-3, 1]$ 上的最小值是 ()

- A. -16 B. -18 C. 11 D. -9

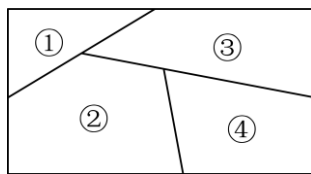
6. 已知 $C_n^0 - 4C_n^1 + 4^2C_n^2 - 4^3C_n^3 + \cdots + (-1)^n 4^n C_n^n = 729$, 则 n 的值为 ()

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

7. 设 $(3x^3 + \frac{1}{x})^n$ 展开式的各项系数之和为 t , 其二项式系数之和为 h , 若 $h+t=272$, 则展开式中的常数项为 ()

- A. 12 B. 22 C. 18 D. 81

8. 用 5 种不同的颜色给如图所示的地图上色, 要求相邻两块涂不同的颜色, 则共有 () 种不同的涂色方法



- A. 180 B. 240 C. 300 D. 480

9. 对任意的 $0 < a < b < t$, 都有 $b \ln a < a \ln b$, 则 t 的最大值为 ()

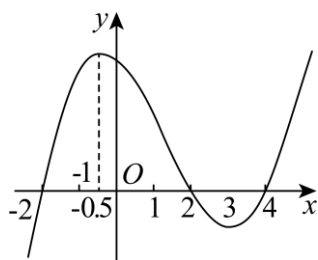
- A. 1 B. e C. e^2 D. $\frac{1}{e}$

10. 若函数 $f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 3x^2 + 2m, & 0 < x \leq 1 \\ mx - 5, & x > 1 \end{cases}$, 恰有 2 个零点, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $(-5, 0)$ B. $(0, 5)$ C. $[\frac{1}{2}, 5)$ D. $(0, \frac{1}{2}]$

二、多项选择题(每小题 5 分, 共 10 分. 全部选对得 5 分, 部分选对得 3 分, 有选错的得 0 分)

11. 如果函数 $y = f(x)$ 导函数的图象如图所示, 则下述结论正确的是 ()



- A. 函数 $y = f(x)$ 在区间 $(3, 5)$ 内单调递增 B. 当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, 函数 $y = f(x)$ 有极大值
C. 函数 $y = f(x)$ 在区间 $(1, 2)$ 内单调递增 D. 当 $x = 2$ 时, 函数 $y = f(x)$ 有极大值

12. 设 $(2x+1)^6 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \cdots + a_6(x+1)^6$, 下列结论正确的是 ()

- A. $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6 = 3^6$
B. $a_2 + a_3 = -100$
C. $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 中最大的是 a_2
D. 当 $x = 999$ 时, $(2x+1)^6$ 除以 2000 的余数是 1

三、填空题(每小 5 分, 共 20 分)

13. 从 3 名男生和 2 名女生中选出 3 名代表去参加辩论比赛, 则所选出的 3 名代表中至少有 1 名女生的选法共____种.(用数字作答)

14. 函数 $f(x) = (2-x)e^x$ 的单调递减区间为_____.

15. 已知函数 $f(x) = ax + \frac{b}{x}$ ($b > 0$) 的图象在点 $P(1, f(1))$ 处的切线与直线 $x + 2y - 1 = 0$ 垂直, 则 a 与 b 的关系为_____(用 b 表示), 若函数 $y = f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{2}, +\infty)$ 上单调递增, 则 b 的最大值等于_____.

16. $(x^2 + 3x + 2)^5$ 展开式中 x^3 的项的系数是_____.

四、解答题(本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. 已知复数 $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 3 + 4i$, i 为虚数单位.

(1) 若复数 $z_1 + az_2$, 在复平面上对应的点在第四象限, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $z = \frac{z_1}{z_2}$, 求 z 的共轭复数

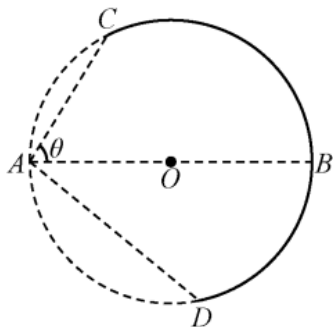
18. 已知 4 名学生和 2 名教师站在一排照相, 求:

- (1) 两名教师必须排中间, 有多少种排法?
- (2) 两名教师必须相邻且不能排在两端, 有多少种排法?

19. 已知二项式 $(\sqrt{x} - \frac{1}{2x})^n (n \in N^*, n \geq 2)$, 若该二项式的展开式中前三项的系数的绝对值成等差数列.

- (1) 求正整数 n 的值;
- (2) 求展开式中二项式系数最大项, 并指出是第几项?

20. 某风景区在一个以 AB 为直径的圆形花园中设计一条观光线路: 折线段 DAC 及弧线 CBD (如图实线所示部分) 其中 A, B, D 的位置已经确定, $AB = 100\text{m}$, $AD = 50\sqrt{3}\text{m}$. C 点在上半圆弧 AB 上. 现欲在折线段小路的两侧边缘种植绿化带, 在弧线小路的一侧边缘种植绿化带. (注: 小路及绿化带的宽度忽略不计)



- (1) 设 $\angle BAC = \theta$ (弧度), 将绿化带总长度表示为 θ 的函数 $s(\theta)$;
- (2) 试确定 θ 的值, 使得绿化带总长度最大.

21. 把 1, 2, 3, 4, 5 这五个数字组成无重复数字的五位数, 并把它们按由小到大的顺序排成一个数列.

- (1) 45312 是这个数列的第几项?
- (2) 这个数列的第 71 项是多少?
- (3) 求这个数列 各项和.

22. 已知函数 $f(x) = (ax + b)\ln x$.

- (1) 当 $a = 1, b = 0$ 时, 求函数 $y = f(x)$ 极值;
- (2) 当 $a = 1, b = 1$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 2x - 2$ 的解集;
- (3) 当 $a = 1, b = 1$ 时, 若当 $x \in (1, +\infty)$, 恒有 $f(x) > \lambda(x - 1)$ 成立, 求实数 λ 的取值范围

