

2023 年江苏省无锡市锡山区天一实验中学中考数学三模试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，共 30.0 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. $-\frac{5}{2}$ 的倒数是()

- A. $-\frac{5}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $-\frac{2}{5}$

2. 已知函数 $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ ，则自变量 x 的取值范围是()

- A. $-1 < x < 1$ B. $x \geq -1$ 且 $x \neq 1$ C. $x \geq -1$ D. $x \neq 1$

3. 为深入实施《全民科学素质行动规划纲要(2022-2035年)》，某校举行了科学素质知识竞赛，进入决赛的学生共有10名，他们的决赛成绩如表所示：则这10名学生决赛成绩的中位数和众数分别是()

决赛成绩/分	100	95	90	85
人数/名	1	4	2	3

- A. 92.5, 95 B. 95, 95 C. 92.5, 93 D. 92.5, 100

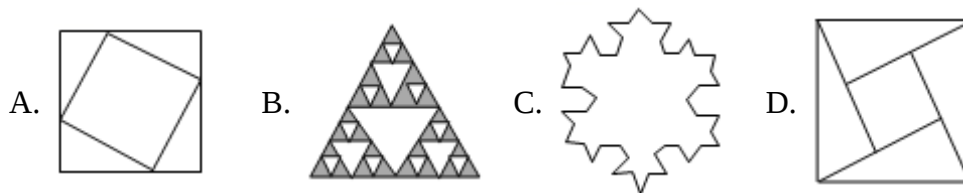
4. 中国古代数学著作《算法统宗》中记载了这样一个题目：九百九十九文钱，甜果苦果买一千，四文钱买苦果七，十一文钱九个甜，甜苦两果各几个？其大意是：用九百九十九文钱共买了一千个苦果和甜果，其中四文钱可以买苦果七个，十一文钱可以买甜果九个。问：苦、甜果各有几个？设苦果有 x 个，甜果有 y 个，则可列方程组为()

- A. $\begin{cases} x + y = 1000, \\ \frac{4}{7}x + \frac{11}{9}y = 999 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y = 1000, \\ \frac{7}{4}x + \frac{9}{11}y = 999 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x + y = 1000, \\ 7x + 9y = 999 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y = 1000, \\ 4x + 11y = 999 \end{cases}$

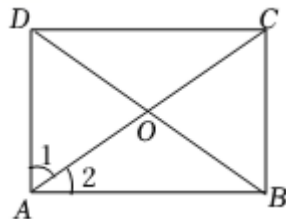
5. 下列运算结果正确的是()

- A. $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$ B. $5a - 2a = 3$
- C. $(a^2)^3 = a^6$ D. $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

6. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是()

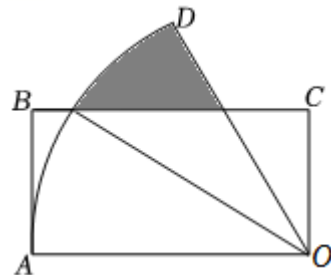


7. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交 O , 添加下列条件不能判定矩形 $ABCD$ 是正方形的是()



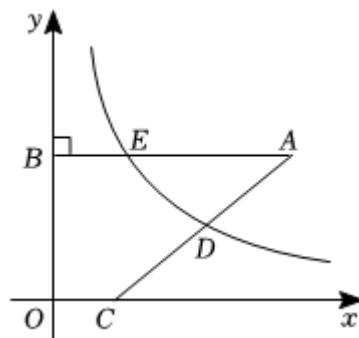
- A. $AB = BC$
B. $AC = BD$
C. $AC \perp BD$
D. $\angle 1 = \angle 2$

8. 如图, 矩形 $OABC$ 中, $OA = 4$, $AB = 2$, 以 O 为圆心, OA 为半径作弧, 且 $\angle AOD = 60^\circ$, 则阴影部分面积为()



- A. $\frac{4}{3}\pi - \frac{4}{3}\sqrt{3}$
B. $\frac{4}{3}\pi - \frac{2}{3}\sqrt{3}$
C. $\frac{8}{3}\pi - \frac{4}{3}\sqrt{3}$
D. $\frac{8}{3}\pi - \frac{2}{3}\sqrt{3}$

9. 如图, 在直角坐标系中, 点 $C(2,0)$, 点 A 在第一象限(横坐标大于2), $AB \perp y$ 轴于点 B , $AC = AB$, 双曲线 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 经过 AC 中点 D , 并交 AB 于点 E .若 $BE = \frac{3}{10}AB$, 则点 E 的坐标为()



- A. (2,9)
B. (3,6)
C. (3,8)
D. (5,6)

10. 对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c$, 规定函数 $y = \begin{cases} ax^2 + bx + c (x \geq 0) \\ -ax^2 - bx - c (x < 0) \end{cases}$ 是它的相关函数. 已知点 M, N 的坐标分别为 $(-\frac{1}{2}, 1)$, $(\frac{9}{2}, 1)$, 连接 MN , 若线段 MN 与二次函数 $y = ax^2 + bx + n$ 的相关函数的图象有两个公共点, 则 n 的取值范围为()

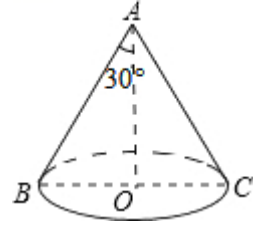
- A. $-3 < n \leq -1$ 或 $1 < n \leq \frac{5}{4}$
B. $-3 < n < -1$ 或 $1 \leq n \leq \frac{5}{4}$
C. $n \leq -1$ 或 $1 < n \leq \frac{5}{4}$
D. $-3 < n < -1$ 或 $n \geq 1$

二、填空题 (本大题共 8 小题, 共 24.0 分)

11. 因式分解: $x^3y - 4xy^3 =$ _____.

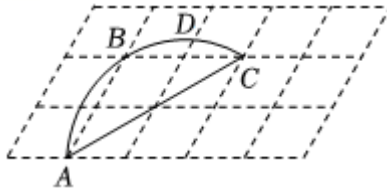
12. 截至2020年11月17日凌晨,中国首次火星探测任务“天问一号”探测器已在轨飞行116天,距离地球约63800000千米,请将63800000用科学记数法表示_____.

13. 如图,已知圆锥的高为 $\sqrt{3}$,高所在直线与母线的夹角为 30° ,圆锥的侧面积为_____.



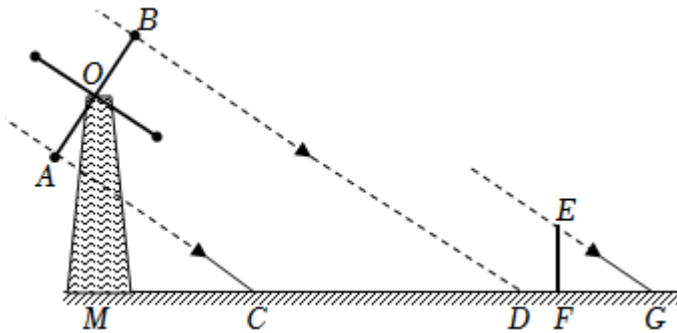
14. 已知关于 x 的不等式 $(a+2)x < 1$ 的解集为 $x > \frac{1}{a+2}$,则 a 的取值范围为_____.

15. 如图15个形状大小相同的菱形组成网格,菱形的顶点称为格点,已知菱形的一个角为 60° , A, B, C 都在格点上,点 D 在 $\widehat{ABC}$ 上,若 E 也在格点上,且 $\angle AED = \angle ACD$,则 $\tan \angle AEC =$ _____.



16. 抛物线 $y = x^2 + px + q$ (p, q 为常数)的顶点 M 关于 y 轴的对称点为 $(-3, n)$.该抛物线与 x 轴相交于不同的两点 $(x_1, 0), (x_2, 0)$,且 $x_1^2x_2^2 - x_1 - x_2 = 115$,则 $p + q + n$ 的值为_____.

17. 如图是某风车示意图,其相同的四个叶片均匀分布,水平地面上的点 M 在旋转中心 O 的正下方.某一时刻,太阳光线恰好垂直照射叶片 OA, OB ,此时各叶片影子在点 M 右侧成线段 CD ,测得 $MC = 8.5m, CD = 13m$,垂直于地面的木棒 EF 与影子 FG 的比为 $2:3$,则点 O, M 之间的距离等于_____米.转动时,叶片外端离地面的最大高度等于_____米.



18. 设 O 为坐标原点,点 A, B 为抛物线 $y = 2x^2$ 上的两个动点,且 $OA \perp OB$.连接点 A, B ,过 O 作 $OC \perp AB$ 于点 C ,则点 C 到 y 轴距离的最大值为_____.

三、解答题（本大题共 10 小题，共 96.0 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19. (本小题8.0分)

计算：

(1) $|- \sqrt{2}| - 2\cos 45^\circ + (\pi - 1)^0 + \sqrt{12}$;

(2) $(1 - \frac{4}{a+2}) \div \frac{a^2-4a+4}{2a-4}$.

20. (本小题8.0分)

(1) 解方程: $\frac{2x}{3x-3} + 1 = \frac{x}{x-1}$;

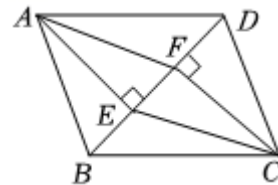
(2) 解不等式组: $\begin{cases} 2(x+1) > x \\ 1-2x \geq \frac{x+7}{2} \end{cases}$.

21. (本小题10.0分)

如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形 $AE \perp BD$ 于点 E ， $CF \perp BD$ 于点 F ，连接 AF 和 CE 。

(1) 证明：四边形 $AECF$ 是平行四边形；

(2) 已知 $BD = 6$ ， $DF = 2$ ， $BC = 5$ ，求 CE 的长。



22. (本小题10.0分)

小明正在参加全国“数学竞赛”，只要他再答对最后两道单选题就能顺利过关，其中第一道题有3个选项，第二道题有4个选项，而这两道题小明都不会，不过小明还有一次“求助”没有使用(使用“求助”可让主持人去掉其中一题的一个错误选项)。

(1) 如果小明第一题不使用“求助”，随机选择一个选项，那么小明答对第一道题的概率是多少？

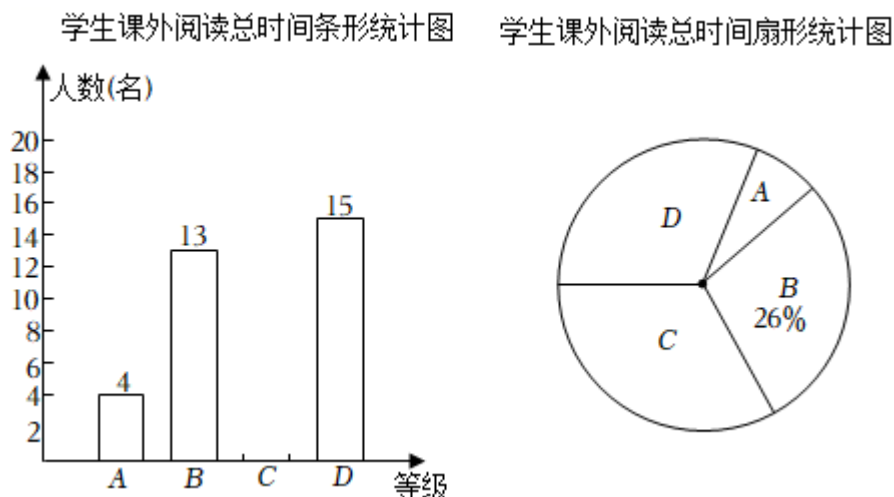
(2) 如果小明将“求助”留在第二题使用，请用画树状图或列表法求小明能顺利过关的概率。

(3) 请你从概率的角度分析，建议小明在第几题使用“求助”，才能使他过关的概率较大。

23. (本小题10.0分)

为培养学生的阅读习惯，某中学利用学生课外时间开展了以“走近名著”为主题的读书活动。为了有效了解学生课外阅读情况，现随机调查了部分学生每周课外阅读的时间，设被调查的每名学生每周课外阅读的总时间为 x 小时，将它分为4个等级： $A(0 \leq x < 2)$ ， $B(2 \leq x <$

4), $C(4 \leq x < 6)$, $D(x \geq 6)$, 并根据调查结果绘制了如图两幅不完整的统计图:



请你根据统计图的信息, 解决下列问题:

- (1) 本次共调查了_____名学生;
- (2) 在扇形统计图中, 若A等级所占比例为 $m\%$, 则 m 的值为_____, 等级D所对应的扇形的圆心角为_____°;
- (3) 请计算C的学生数目并补全条形统计图;
- (4) 全校1200名学生, 估计阅读时间不少于6小时的学生有多少名?

24. (本小题8.0分)

如图1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 8$.

- (1) 请在图1中用无刻度的直尺和圆规作图: 在线段BC上找一点D, 使它到A、B两点的距离相等(不写作法, 保留作图痕迹). 连接AD, 则 $\tan \angle CDA =$ _____;

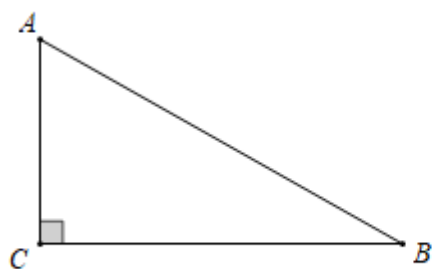


图1

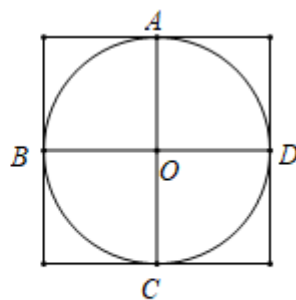


图2

- (2) 如图2, $\odot O$ 经过正方形网格中的格点A、B、C、D, 请利用(1)得到的结论, 仅用网格中的格点及无刻度的直尺分别在图2中画出一个满足下列两个条件的 $\angle P$;

①顶点 P 在 $\odot O$ 上且不与点 A 、 B 、 C 、 D 重合；

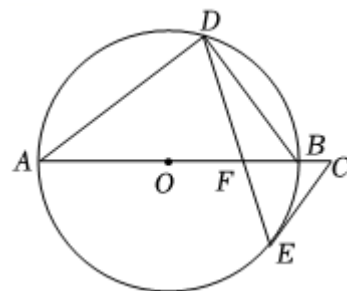
② $\angle P$ 在图2中的正弦值为 $\frac{4}{5}$.

25. (本小题10.0分)

如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 、 E 在 $\odot O$ 上, $\angle A = 2\angle BDE$, 过点 E 作直线 EC , 交 AB 的延长线于 C , $\angle C = \angle ABD$.

(1)求证: EC 是 $\odot O$ 的切线;

(2)如果 $\odot O$ 的半径为8, $BF = 3$, 求 EF 的长.



26. (本小题10.0分)

某商贸公司购进某种商品, 经过市场调研, 整理出这种商品在第 x ($1 \leq x \leq 48$)天的售价与日销售量的相关信息如表:

时间 x (天)	$1 \leq x < 30$	$30 \leq x \leq 48$
售价	$x + 30$	60
日销售量(kg)	$-2x + 120$	

已知这种商品的进价为20元/ kg , 设销售这种商品的日销售利润为 y 元.

(1)求 y 与 x 的函数关系式;

(2)第几天的销售利润最大? 最大日销售利润为多少?

(3)公司在销售的前28天中, 每销售 $1kg$ 这种商品就捐赠 n 元利润($n < 9$)给“希望工程, 若每天扣除捐赠后的日销售利润随时间 x 的增大而增大, 求 n 的取值范围.

27. (本小题10.0分)

如图1, 抛物线 $y = ax^2 + x + c$ ($a \neq 0$)与 x 轴交于 $A(-4, 0)$, $B(12, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 点 P 是第一象限内抛物线上的一个动点, 过点 P 作 $PD \perp x$ 轴, 垂足为 D , PD 交直线 BC 于点 E , 设点 P 的横坐标为 m .

(1)求抛物线的表达式;