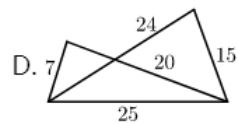
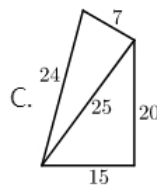
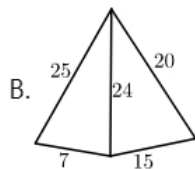
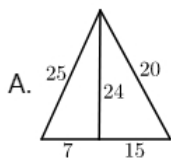


2020~2021学年江苏省无锡市锡山区天一学校 八年级上学期期中数学试卷

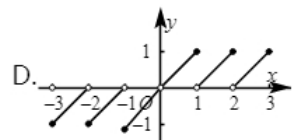
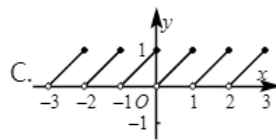
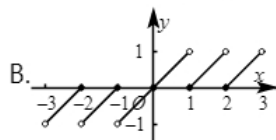
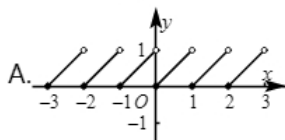
(满分: 100分)

一、选择题 (共十题: 共20分)

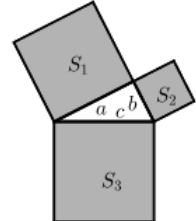
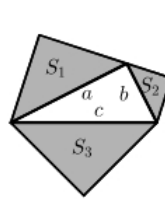
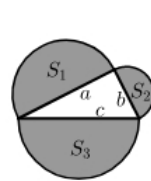
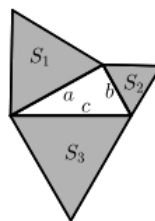
- 在2020、 $-\frac{11}{7}$ 、0、 $-\frac{\pi}{2}$ 、 $\sqrt{16}$ 、 $\sqrt[3]{-9}$ 、 $0.\dot{2}\dot{1}$ 、 $-0.10\dot{2}$ 、 $0.3030030003\cdots$ 、 $\frac{\sqrt{0.01}}{3}$ 这些数中, 有理数的个数有 ().
A. 6个 B. 7个 C. 8个 D. 9个
- 如果将长为6cm, 宽为5cm的长方形纸片折叠一次, 那么这条折痕的长不可能是 ().
A. 8cm B. $5\sqrt{2}$ cm C. 5.5cm D. 1cm
- 已知 x, y 是两个连续的整数, 且 $x < -\sqrt{13} < y$, 则 $x - y$ 的值为 ().
A. 1 B. -1 C. -7 D. 7
- 五根小木棒, 其长度分别为7, 15, 20, 24, 25, 现将它们摆成两个直角三角形, 如图, 其中正确的是 ().



- 如果规定 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 例如 $[2.3] = 2$, 那么函数 $y = x - [x]$ 的图象为 ().



- 如图, 以直角三角形 a, b, c 为边, 向外作等边三角形、半圆、等腰直角三角形和正方形, 上述四种情况的面积关系满足 $S_1 + S_2 = S_3$ 图形个数有 ().



- 一次函数 $y = \sqrt{3}x - b$ 与 $y = \sqrt{3}x - 1$ 的图象之间的距离等于3, 则 b 的值为 ().
A. -2或4 B. 2或-4 C. 5或-7 D. -5或7
- 已知直线 $y_1 = kx + 1 (k < 0)$ 与直线 $y_2 = mx (m > 0)$ 的交点坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}m)$, 则不等式组 $mx - 2 < kx + 1 < mx$ 的解集为 ().

A. $x > \frac{1}{2}$
C. $x < \frac{3}{2}$

B. $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$
D. $0 < x < \frac{3}{2}$

- 已知直角三角形纸片的两条直角边分别为 m 和 n ($m < n$), 过锐角顶点把该纸片剪成两个三角形, 若这两个三角形都为等腰三角形, 则 ().

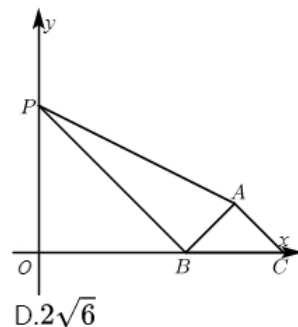
A. $m^2 + 2mn + n^2 = 0$

B. $m^2 - 2mn + n^2 = 0$

$$C. m^2 + 2mn - n^2 = 0$$

$$D. m^2 - 2mn - n^2 = 0$$

10. 如图, 已知点 $P(0, 3)$, 等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, $BC = 2$, BC 边在 x 轴上滑动时, $PA + PB$ 的最小值是 () .



$$A. \sqrt{10} + 2$$

$$B. \sqrt{26}$$

$$C. 5$$

$$D. 2\sqrt{6}$$

二、填空题 (共十题: 共20分)

11. 下列说法: ① $\sqrt{(-10)^2} = -10$; ②数轴上的点与实数成——对应关系; ③ -2 是 $\sqrt{16}$ 的平方根; ④任何实数不是有理数就是无理数; ⑤两个无理数的和还是无理数; ⑥无理数都是无限小数. 其中正确的有

_____ 个.

12. 某公司去年盈利总额约为475300万元, 用科学记数法表示为

_____ 万元. (结果精确到万位)

13. 直线 $y_1 = -2x - 4$ 与直线 $y_2 = 4x + b$ 的交点在第三象限, 则 b 的取值范围是

_____ .

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 17$, $AC = 10$, BC 边上的高 $AD = 8$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为

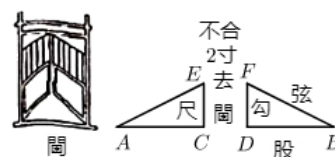
_____ .

15. 如图, 有一个圆柱体礼盒, 高 9π cm, 底面半径为2cm, 现准备在礼盒表面粘贴彩带作为装饰, 若彩带一端粘在 A 处, 另一端绕礼盒侧面3周后粘贴在 B 处 (点 B 在点 A 正上方), 则彩带最短为

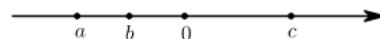
_____ cm.



16. 《九章算术》第九章勾股篇中记载: “今有开门去闾 (kun) 一尺, 不合二寸, 问门广几何?” 大意如下: 今推开双门, 门框到门槛的距离 (称为 “去闾”) DF 为一尺, 双门之间的缝隙 (称为 “不合”) EF 为2寸 (注: 一尺为10寸), 则门宽 AB 为 _____ 尺.

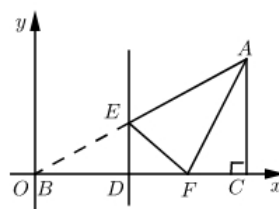


17. 已知点 A 、 B 、 C 在数轴上表示的数 a 、 b 、 c 的位置如图所示，其中 A 、 C 两点经折叠后重合，折痕与数轴相交于原点，化简 $\sqrt[3]{a^3} + \sqrt{b^2} - |a+b| - \sqrt[3]{(a+c)^3} + \sqrt{(c-a+b)^2}$ 的结果为



18. 已知直线 $l_1: y = (k-1)x + k + 1$ 和直线 $l_2: y = kx + k + 2$ ，其中 k 为不小于2的自然数. 当 $k = 2, 3, 4, \dots, 2020$ 时，设直线 l_1, l_2 与 x 轴围成的三角形面积分别为 S_2, S_3, S_4, S_{2020} ，则
 $S_2 + S_3 + S_4 + \dots + S_{2020} =$ _____.

19. 如图，在平面直角坐标系中， $\text{Rt}\triangle ABC$ 的顶点 B 在原点 O ，直角边 BC 在 x 轴的正半轴上， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 A 的坐标为 $(3, \sqrt{3})$ ，点 D 是 BC 边上一个动点（不与点 B, C 重合），过点 D 作 $DE \perp BC$ 交 AB 边于点 E ，将 $\angle ABC$ 沿直线 DE 翻折，点 B 落在 x 轴上的点 F 处当 $\triangle AEF$ 为直角三角形时，点 F 的坐标是



20. 在每个小正方形的边长为1的网格图形中，每个小正方形的顶点称为格点. 以顶点都是格点的正方形 $ABCD$ 的边为斜边，向内作四个全等的直角三角形，使四个直角顶点 E, F, G, H 都是格点，且四边形 $EFGH$ 为正方形，我们把这样的图形称为格点弦图. 例如，在如图1所示的格点弦图中，正方形 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{65}$ ，此时正方形 $EFGH$ 的面积为5. 问：当格点弦图中的正方形 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{65}$ 时，正方形 $EFGH$ 的面积的所有可能值是 _____ (不包括5).

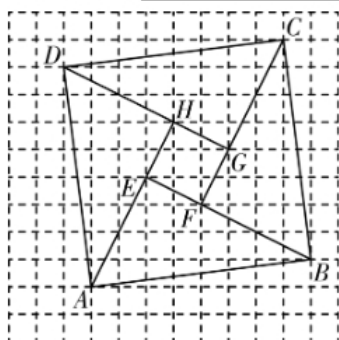
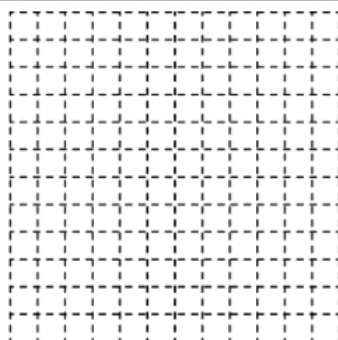


图1



备用图

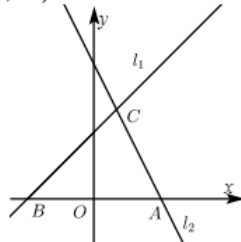
三、解答题（共八题：共60分）

21. 回答下列问题.

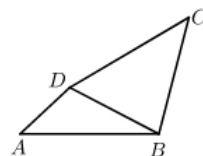
(1) 计算： $-(-2^2) + (\pi - 3.14)^0 + \sqrt[3]{-27} + (-\frac{1}{3})^{-1} + |2 - \sqrt{5}|$.

(2) 解方程： $27(x+1)^3 + 125 = 0$.

22. 如图, 直线 $l_1: y = x + 3$ 与过点 $A(3, 0)$ 的直线 l_2 交于点 $C(1, m)$, 与 x 轴交于点 B .



- (1) 求直线 l_2 的解析式.
- (2) 点 M 在直线 l_1 上, $MN \parallel y$ 轴, 交直线 l_2 于点 N , 若 $MN = AB$, 求点 M 的坐标.
23. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle C = 45^\circ$, $\angle ADB = \angle ABC = 105^\circ$, 若 $AB + CD = 2\sqrt{3} + 2$, 求 AB 的长.



24. 对于实数 a , 我们规定: 用符号 $[\sqrt{a}]$ 表示不大于 $\sqrt{a}$ 的最大整数, 称 $[\sqrt{a}]$ 为 a 的根整数, 例如: $[\sqrt{9}] = 3$, $[\sqrt{10}] = 3$.

(1) 仿照以上方法计算: $[\sqrt{4}] =$ _____; $[\sqrt{26}] =$ _____.

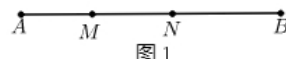
(2) 若 $[\sqrt{x}] = 1$, 写出满足题意的 x 的整数值 _____.

如果我们对 a 连续求根整数, 直到结果为1为止. 例如: 对10连续求根整数2次 $[\sqrt{10}] = 3 \rightarrow [\sqrt{3}] = 1$, 这时候结果为1.

(3) 对100连续求根整数, _____次之后结果为1.

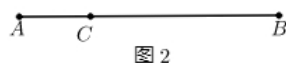
(4) 只需进行3次连续求根整数运算后结果为1的所有正整数中, 最大的是 _____.

25. 定义: 如图1, 点 M 、 N 把线段 AB 分割成 AM 、 MN 、 NB , 若以 AM 、 MN 、 NB 为边的三角形是一个直角三角形, 则称点 M 、 N 是线段 AB 的勾股分割点.

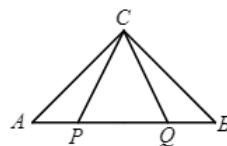


(1) 已知点 M 、 N 是线段 AB 的勾股分割点, 若 $AM = 3$, $MN = 4$, 则 NB 的长为 _____.

(2) 已知点 C 是线段 AB 上的一点, 其位置如图2所示, 请在 BC 上画一点 D , 使 C 、 D 是线段 AB 的勾股分割点. (要求尺规作图, 保留作图痕迹, 画出一种情形即可)



(3) 如图3, P 、 Q 是等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 的勾股分割点, $PQ > AP$, $PQ > BQ$, 求 $\angle PCQ$ 的度数.

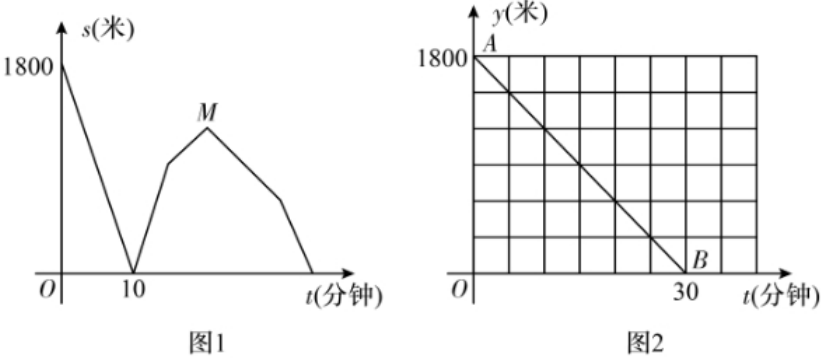


26. 为了抗击新冠疫情，我市甲、乙两厂积极生产了某种防疫物资共500吨，乙厂的生产量是甲厂的2倍少100吨．这批防疫物资将运往A地240吨，B地260吨，运费如下表（单位：元/吨）．

目的地 生产厂	A	B
甲	20	25
乙	15	24

- (1) 求甲、乙两厂各生产了这批防疫物资多少吨？
- (2) 设这批物资从乙厂运往A地 x 吨，全部运往A，B两地的总运费为 y 元．求 y 与 x 之间的函数关系式，并设计使总运费最少的调运方案．
- (3) 当每吨运费均降低 m 元（ $0 < m \leq 15$ 且 m 为整数）时，按（2）中设计的调运方案运输，总运费不超过5200元．求 m 的最小值．

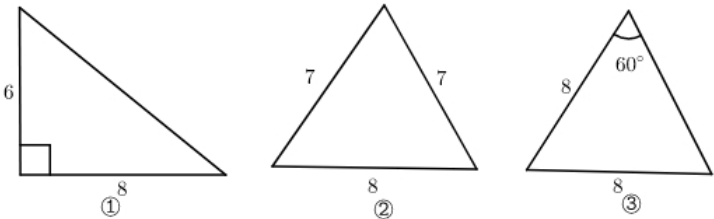
27. 小华端午节从家里出发，沿笔直道路匀速步行去妈妈经营的商店帮忙，妈妈同时骑三轮车从商店出发，沿相同路线匀速回家装载货物，然后按原路原速返回商店，小华到达商店比妈妈返回商店早5分钟，在此过程中，设妈妈从商店出发开始所用时间为 t 分钟，图1表示两人之间的距离 s （米）与时间 t （分钟）的函数关系的图象；图2中线段AB表示小华和商店的距离 y_1 （米）与时间 t （分钟）的函数关系的图象的一部分，请根据所给信息解答下列问题．



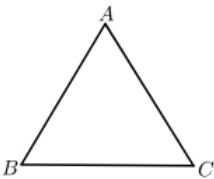
- (1) 填空：妈妈骑车的速度是 _____ 米/分钟，妈妈在家装载货物所用时间是 _____ 分钟，点M的坐标是 _____ ．
- (2) 直接写出妈妈和商店的距离 y_2 米与时间 t 分钟的函数关系式，并在图2中画出其函数图象．
- (3) 求 t 为何值时，两人相距360米．

28. 【新知学习】
如果一个三角形有一边上的中线等于这条边的一半，那么我们就把这样的三角形叫做“智慧三角形”．

- (1) 【简单运用】
下列三个三角形，是智慧三角形的是 _____ （填序号）．

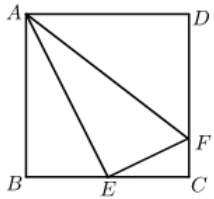


(2) 如图，已知等边三角形 ABC ，请用刻度尺在该三角形边上找出所有满足条件的点 D ，使 $\triangle ABD$ 为 “智慧三角形”，并写出作法。



(3) 【深入探究】

如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 是 BC 的中点， F 是 CD 上一点，且 $CF = \frac{1}{4}CD$ ，试判断 $\triangle AEF$ 是否为 “智慧三角形”，并说明理由。



(4) 【灵活应用】

如图，等边三角形 ABC 边长 5cm ，若动点 P 以 1cm/s 的速度从点 A 出发，沿 $\triangle ABC$ 的边 $AB - BC - CA$ 运动。若另一动点 Q 以 2cm/s 的速度从点 B 出发，沿边 $BC - CA - AB$ 运动，两点同时出发，当点 Q 首次回到点 B 时，两点同时停止运动。设运动时间为 $t(\text{s})$ ，那么 t 为 _____ (s) 时， $\triangle PBQ$ 为 “智慧三角形”。

