

初三数学第四次适应性训练 (2023.6)

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题所给的四个选项中, 只有一项是正确的, 请用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑)

1. -2023 的相反数是 (▲)

- A. 2023 B. $-\frac{1}{2023}$ C. $\frac{1}{2023}$ D. -2023

2. 下列计算正确的是 (▲)

- A. $(a^2b)^2 = a^2b^2$ B. $a^6 \div a^2 = a^3$
 C. $(3xy^2)^2 = 6x^2y^4$ D. $(-m)^7 \div (-m)^2 = -m^5$

3. 2022 年 4 月 16 日, 神舟十三号载人飞船圆满完成全部既定任务, 顺利返回地球家园. 六个月的飞天之旅展现了中国航天科技的新高度. 下列航天图标, 其文字上方的图案是中心对称图形的 (▲)



- A. 中国探火 B. 中国火箭 C. 中国行星探测 D. 航天神舟

4. 每天登录“学习强国”App 进行学习, 在获得积分的同时, 还可获得“点点通”附加奖励, 李老师最近一周每日“点点通”收入明细如表, 则这组数据的中位数和众数分别是 (▲)

星期	一	二	三	四	五	六	日
收入(点)	15	21	27	27	21	30	21

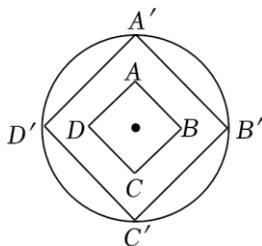
- A. 27 点, 21 点 B. 21 点, 27 点 C. 21 点, 21 点 D. 24 点, 21 点

5. 已知实数 $a, b, a > b$, 下列结论中一定正确的是 (▲)

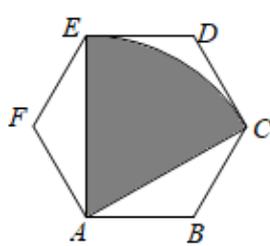
- A. $|a| > |b|$ B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ C. $a^2 > b^2$ D. $a^3 > b^3$

6. 《墨子·天文志》记载: “执规矩, 以度天下之方圆.” 度方知圆, 感悟数学之美. 如图, 正方形 $ABCD$ 的面积为 4, 以它的对角线的交点为位似中心, 作它的位似图形 $A'B'C'D'$, 若 $AB : A'B' = 1 : 2$, 则四边形 $A'B'C'D'$ 的外接圆的半径为 (▲)

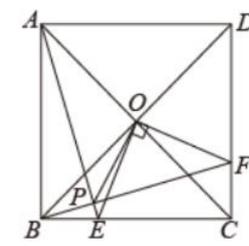
- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. 4



第 6 题图



第 8 题图



第 10 题图

7. 若关于 x 的方程 $x^2 - x - m = 0$ 有实数根, 则实数 m 的取值范围是 (▲)

- A. $m < \frac{1}{4}$ B. $m \leq \frac{1}{4}$ C. $m \geq -\frac{1}{4}$ D. $m > -\frac{1}{4}$

8. 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 2, 以 A 为圆心, AC 的长为半径画弧, 得 \widehat{EC} , 连接 AC, AE , 则图中阴影部分的面积为 (▲)

- A. 2π B. 4π C. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$

三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤等）

19. （8 分）计算：

(1) $(1-\sqrt{2})^0 - 2\sin 45^\circ + (\sqrt{2})^2$;

(2) $(1-\frac{2}{x-1}) \div \frac{x^2-6x+9}{x^2-1}$.

20. （8 分）计算：

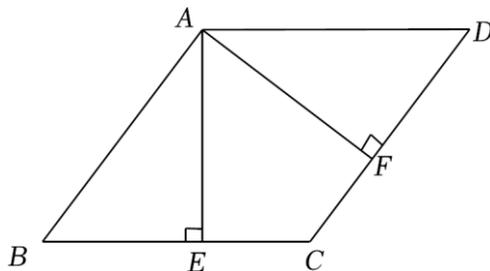
(1) 解方程： $2x(x-2)=1$;

(2) 解不等式组： $\begin{cases} 2x+3 > 1, \\ x-2 \leq \frac{1}{2}(x+2). \end{cases}$

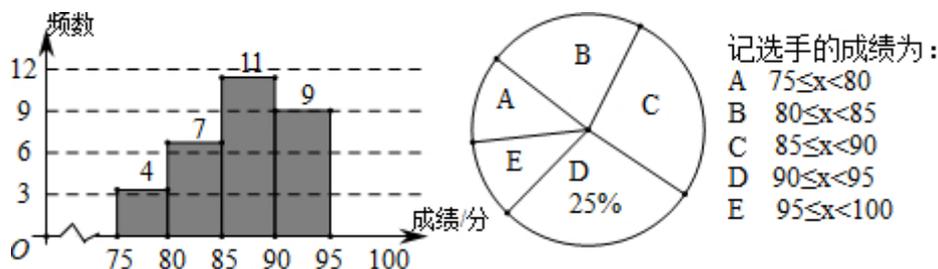
21. （10 分）如图，四边形 $ABCD$ 是菱形， $AE \perp BC$ 于点 E ， $AF \perp CD$ 于点 F 。

(1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle ADF$;

(2) 若 $AE=4$ ， $CF=2$ ，求菱形的边长。



22. （10 分）“校园音乐之声”结束后，王老师整理了所有参赛选手的比赛成绩（单位：分），绘制成如下频数分布直方图和扇形统计图：



(1) 求本次比赛参赛选手总人数，并补全频数分布直方图；

(2) 求扇形统计图中扇形 E 的圆心角度数；

(3) 成绩在 E 区域的选手中，男生比女生多一人，从中随机选取两人，请用列表法或画树状图法求恰好选中两名女生的概率。

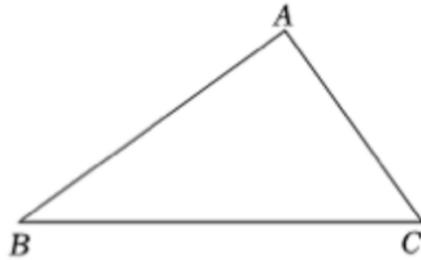
23. (10分) 已知: α, β ($\alpha > \beta$) 是一元二次方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两个实数根, $s_1 = \alpha + \beta, s_2 = \alpha^2 + \beta^2, \dots, s_n = \alpha^n + \beta^n$.

(1) 直接写出 s_1, s_2 的值: $s_1 = \underline{\quad \blacktriangle \quad}, s_2 = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$;

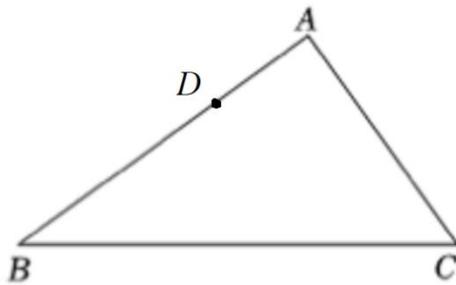
(2) 经计算可得: $s_3 = 4, s_4 = 7, s_5 = 11$, 当 $n \geq 3$ 时, 请猜想 s_n, s_{n-1}, s_{n-2} 之间满足的数量关系, 并给出证明.

24. (10分) 请用无刻度的直尺和圆规作图:

(1) 在 BC 上求作点 D , 使 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$



(2) 若点 D 在 AB 边上, 在 BC 上求作点 E , 使 $S_{\triangle BDE} = S_{\text{四边形}ADEC}$



25. (10分) 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $BC = CD$, 点 E 在 AB 的延长线上, $\angle ECB = \angle DAC$.

(1) 如图 1, 若 AB 为 $\odot O$ 的直径, 求证: EC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 如图 2, 若 $CE = 7, \angle ECB = 45^\circ, \tan E = \frac{3}{4}$, 求 AD 的长.

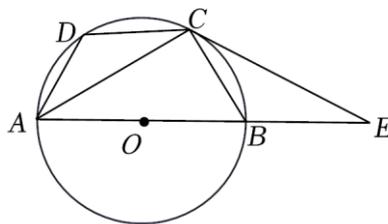


图1

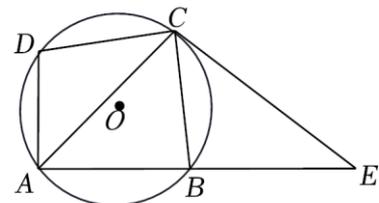


图2

26. (10分) 某水果店出售一种水果, 每箱定价 58 元时, 每周可卖出 300 箱. 试销发现: 每箱水果每降价 1 元, 每周可多卖出 25 箱; 每涨价 1 元, 每周将少卖出 10 箱. 已知每箱水果的进价为 35 元, 每周每箱水果的平均损耗为 3 元.

- (1) 若不进行价格调整, 这种水果的每周销售利润为多少元?
- (2) 根据以上信息, 你认为应当如何定价才能使这种水果的每周销售利润最多?

27. (10分) 已知抛物线 $y = mx^2 - (1 - 4m)x + c$ 过点 $(1, a)$, $(-1, a)$, $(0, -1)$.

- (1) 求该抛物线的解析式;
- (2) 已知过原点的直线与该抛物线交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 右侧), 该抛物线的顶点为 C , 连接 AC, BC , 点 D 在点 A, C 之间的抛物线上运动 (不与点 A, C 重合). 当点 A 的横坐标是 4 时, 若 $\triangle ABC$ 的面积与 $\triangle ABD$ 的面积相等, 求点 D 的坐标;
- (3) 若直线与抛物线有且只有一个公共点, 且与抛物线的对称轴不平行, 则称该直线与抛物线相切. 已知点 F 的坐标是 $(0, 1)$, 过该抛物线上的任意一点 (除顶点外) 作该抛物线的切线 l , 分别交直线 $y=1$ 和 $y=-3$ 直线于点 P, Q , 求 $FP^2 - FQ^2$ 的值.

28. (10分) 如图1, 四边形 $ABCD$ 、 $CEGF$ 都是矩形, 点 G 在 AC 上, 且 $\frac{CG}{AG} = \frac{1}{2}$, $AB=9$, $AD=12$, 小李

将矩形 $CEGF$ 绕点 C 顺时针转 α° ($0 \leq \alpha \leq 360^\circ$), 如图2所示

(1) ①他发现 $\frac{AG}{BE}$ 的值始终不变, 请你帮他计算出 $\frac{AG}{BE}$ 的值= 。

②在旋转过程中, 当点 B 、 E 、 F 在同一条直线上时, 求出 AG 的长度是多少?

(2) 如图3, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=2\sqrt{5}$, $\angle BAC = \alpha^\circ$, $\tan \angle ABC = \frac{1}{2}$, G 为 BC 的中点, 点 D 为平面内的

一个动点且 $DG = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 将线段 BD 绕点 D 逆时针旋转 α° , 得到 DB' , 则四边形 $BACB'$ 的面积最大值为 。

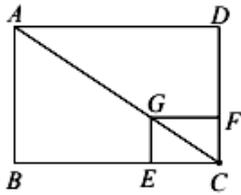


图1

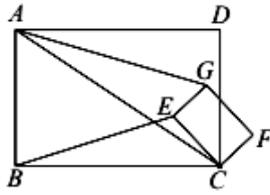


图2

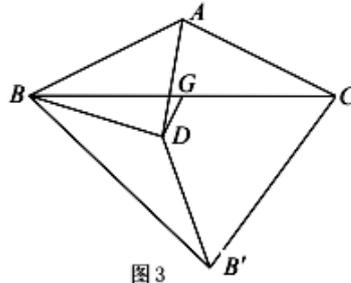


图3